TEORÍA DE LA ENERGÍA OSCURA POR COMBUSTIÓN GRAVITACIONAL Y AUTO-REPLICACIÓN CUÁNTICA: UN MARCO ESCALAR-TENSORIAL ALTERNATIVO

Unificado de la radiación de agujeros negros,
la expansión acelerada del Universo y la microfísica de la energía oscura

Autor: Dr. Carlos David Bianco Moreno
Cédula de Identidad: V-17570016
Correo electrónico: carlosdavid1985@hotmail.es
WhatsApp: +58 412 433 2519

Fecha: Julio de 2026

Resumen. Se presenta un marco teórico alternativo y auto-consistente que identifica la energía oscura con un campo escalar real ϕ generado como subproducto de la *combustión gravitacional* de la materia en regiones de alta curvatura, predominante en horizontes de sucesos de agujeros negros. El campo ϕ posee un potencial de auto-interacción no-convencional $V_{\rm rep}(\phi) = (\lambda_{\rm rep}/4!)\,(\phi^2-\phi_c^2)^2\,\Theta(\phi-\phi_c)$ que se activa por encima de un umbral crítico ϕ_c, induciendo una inestabilidad taquiónica local. Esta inestabilidad se traduce en un mecanismo de *auto-replicación cuántica* en el cual la colisión de dos cuasipartículas del campo ϕ produce pares adicionales con tasa $\Gamma_{\rm rep} = |V''_{\rm eff}(\phi)|/(4\pi)$. Se deriva rigurosamente, a partir de un Lagrangiano escalar-tensorial $\mathcal{L} = \mathcal{L}_{\rm EH} + \mathcal{L}_\phi + \mathcal{L}_{\rm int} + \mathcal{L}_{\rm BH} + \mathcal{L}_{\rm rep}$, el sistema acoplado de ecuaciones de Einstein–Klein–Gordon modificadas, y se aplica a la cosmología FLRW obteniendo ecuaciones de Friedmann modificadas con término fuente. Se demuestra que en el régimen dominado por energía oscura la auto-replicación produce un crecimiento exponencial $\rho_\Lambda(t) \propto \mathrm{e}^{(\Gamma_{\rm rep}-3H)\,t}$ que conduce a una expansión super-acelerada $a(t) \propto \exp[\exp(\Gamma_{\rm rep}\,t/2)]$ *sin* violar la condición de energía débil. Se desarrolla la microfísica completa (espectro de cuasipartículas, sección eficaz, tiempo libre medio, longitud de coherencia) y se obtienen predicciones observacionales para $H(z)$, $w(z)$ y firmas en ondas gravitacionales. La teoría es falsable: cualquier observación que confirme $w(z) = -1$ con precisión $\delta w < 10^{-3}$ en el rango $0 < z < 2$ refuta el modelo.

Palabras clave: energía oscura; agujeros negros; combustión gravitacional; auto-replicación cuántica; campo escalar; cosmología FLRW; Friedmann modificada; inestabilidad taquiónica; ecuación de estado; ondas gravitacionales.

1. Introducción

La naturaleza de la energía oscura constituye, a la fecha, el problema fundamental no resuelto de la cosmología teórica. Desde las observaciones pioneras de Riess *et al.* [1] y Perlmutter *et al.* [2], que demostraron de manera independiente la aceleración cósmica tardía mediante curvas de luz de Supernovas tipo Ia, el modelo cosmológico estándar ΛCDM ha consolidado un notable cuerpo de evidencia observacional: anisotropías del fondo cósmico de microondas medidas por Planck [3], oscilaciones acústicas de bariones (BAO) en la distribución de galaxias [4], y la estructura a gran escala del universo [5]. Sin embargo, a pesar de su éxito fenomenológico, el

modelo ΛCDM adolece de dos problemas conceptuales profundos que la presente teoría pretende abordar: el *problema de la constante cosmológica* y el *problema de la coincidencia cósmica*.

El problema de la constante cosmológica, formulado clásicamente por Weinberg [6], consiste en la discrepancia de aproximadamente 120 órdenes de magnitud entre el valor de la densidad de energía del vacío predicho por la teoría cuántica de campos (estimado como $\rho_{\rm vac} \sim M_{\rm Pl}^4$ en unidades naturales) y el valor observado $\rho_\Lambda^{\rm obs} \sim (2.3 \times 10^{-3}\,{\rm eV})^4$. Esta discrepancia, lejos de ser un detalle técnico, pone en cuestión la consistencia entre la mecánica cuántica y la relatividad general en el régimen de energías ultravioletas. Las soluciones propuestas —renormalización draconiana, principios antitrópicos, supersimetría exacta — han fracasado en producir predicciones comprobables.

El problema de la coincidencia cósmica, por su parte, cuestiona por qué la densidad de energía oscura ρ_Λ y la densidad de materia $\rho_{\rm m}$ son del mismo orden de magnitud precisamente en la época actual, dado que escalan de manera muy diferente con el factor de escala $a(t)$. Si la energía oscura fuera una constante verdadera del vacío, este equilibrio solo se daría en una ventana cósmica extraordinariamente estrecha, lo cual sugiere —a juicio de una fracción creciente de la comunidad cosmológica — que ρ_Λ no es estática sino que evoluciona dinámicamente.

En este contexto se enmarca la presente teoría. Partimos de una premisa fenomenológica sugerida por analogías físicas elementales: *toda materia sometida a un proceso irreversible de conversión energética emite un subproducto residual de baja energía.* Así como un cerillo al encenderse emite luz y calor, pero también humo —partículas residuales de baja temperatura que se dispersan en el entorno —, toda materia que cae en un campo gravitacional extremo, en particular aquella que cruza el horizonte de sucesos de un agujero negro, debería emitir una radiación residual asociada al proceso mismo de captura. Esta radiación residual, sostenemos, constituye precisamente la energía oscura.

La hipótesis no es enteramente nueva en su inspiración: Hawking [7, 8] demostró que los agujeros negros emiten radiación térmica con temperatura $T_{\rm H} = \hbar c^3/(8\pi G M k_B)$ debido a efectos cuánticos cerca del horizonte. Sin embargo, la radiación de Hawking es térmica con un espectro de cuerpo negro que decrece rápidamente para agujeros negros astrofísicos (con $T_{\rm H} \sim 10^{-8}\,{\rm K}$ para un agujero negro de masa solar), y su densidad de energía total integrada sobre la historia del universo es numéricamente insuficiente para explicar $\rho_\Lambda^{\rm obs}$. La presente teoría difiere en dos puntos esenciales: (i) postula que la emisión no es estrictamente térmica sino que incluye un *canal escalar coherente* dominado por un campo ϕ cuya longitud de onda característica es del orden del radio cósmico actual; y (ii) introduce un mecanismo de *auto-replicación cuántica* mediante el cual la densidad del campo ϕ crece exponencialmente al superar un umbral crítico ϕ_c.

La analogía del *globo* merece una precisión matemática que se desarrollará en la Sección 2: el universo se modela como una variedad cuadridimensional cerrada de topología $\mathbb{R} \times S^3$ (espacialmente compacta), métrica FLRW con curvatura $k = +1$. El *humo* que llena el globo es el campo ϕ; la *presión interna* que dilata el globo es la presión negativa $p_\phi = -\rho_\phi$ en el régimen de auto-replicación dominante. La pregunta *¿por qué el universo se infla cada vez más rápido?* encuentra respuesta en la ecuación de continuidad modificada

$$\dot{\rho}_\phi + 3H(1 + w_\phi)\rho_\phi = \Gamma_{\rm rep}\rho_\phi, \tag{1}$$

donde $\Gamma_{\rm rep}$ es la tasa de auto-replicación. Cuando $\Gamma_{\rm rep} > 3H(1 + w_\phi)$, el segundo miembro domina y ρ_ϕ crece exponencialmente; mediante la primera ecuación de Friedmann $H^2 \propto \rho_\phi$, esto implica que la tasa de Hubble H mismo crece, produciendo una expansión super-acelerada *sin* requerir una ecuación de estado *phantom* $w < -1$ que violaría la condición de energía débil.

La estructura del artículo es la siguiente. La Sección 2 enuncia los cuatro postulados fundamentales y define la terminología. La Sección 3 construye el Lagrangiano completo desde primeros principios. La Sección 4 deriva las ecuaciones de movimiento vía el principio de acción. La Sección 5 presenta el núcleo conceptual del trabajo: el mecanismo cuántico de auto-replicación. La Sección 6 aplica el modelo a la cosmología FLRW. La Sección 7 demuestra rigurosamente

la aceleración super-exponencial. La Sección 8 desarrolla la microfísica detallada. La Sección 9 presenta las predicciones observacionales. La Sección 10 ofrece un análisis crítico. La Sección 11 sintetiza las conclusiones. Los Apéndices A y B recogen notación y derivaciones auxiliares.

2. Fundamentos conceptuales de la teoría

2.1. Postulados fundamentales

La teoría que aquí se desarrolla descansa sobre cuatro postulados físicos que se enuncian a continuación. Cada postulado se formula como una afirmación matemática precisa, susceptible de traducción a una expresión Lagrangiana en la Sección 3. Conviene advertir desde el inicio que los postulados son *hipótesis físicas* que la teoría propone; su validación definitiva depende del contraste observacional que se discute en la Sección 9.

Postulado P1 (Combustión gravitacional)

Toda porción de materia sometida a una aceleración gravitacional $|\mathbf{g}|$ superior a un umbral crítico $g_c \sim cH_0$ emite un campo escalar real ϕ de baja energía, denominado *radiación oscura*, como subproducto inevitable e irreversible del proceso de conversión de energía asociada a la métrica no estacionaria local. La tasa de emisión por unidad de volumen es proporcional a la densidad de materia local y a la curvatura escalar R:

$$\mathcal{Q}_\phi(\mathbf{x}, t) = \xi_{\mathrm{BH}}\, \rho_{\mathrm{m}}(\mathbf{x}, t)\, |R(\mathbf{x}, t)|^{1/2},$$

donde ξ_{BH} es un acoplamiento dimensional que se fija en la Sección 8 mediante la normalización de la densidad observada $\rho_\Lambda^{\mathrm{obs}}$.

La justificación fenomenológica del Postulado P1 es triple. En primer lugar, la radiación de Hawking [7] ya establece que los horizontes de sucesos emiten; el presente postulado generaliza este resultado a cualquier región donde la curvatura local sea suficientemente alta. En segundo lugar, la termalización de la materia que cae en un agujero negro —proceso bien modelado por los discos de acreción de Shakura–Sunyaev [9] — implica una conversión irreversible de energía que, por el segundo principio de la termodinámica, debe producir entropía; el campo ϕ puede interpretarse como el *portador entrópico* de esa conversión. En tercer lugar, la analogía con procesos termodinámicos ordinarios (la combustión química produce calor, luz y humo) sugiere que un subproducto de baja energía es genérico en todo proceso irreversible de conversión.

Postulado P2 (Dominancia de los agujeros negros)

Entre todas las fuentes de combustión gravitacional, los agujeros negros —estelares, intermedios y supermasivos — son las contribuciones dominantes al presupuesto total de energía oscura del universo. La razón física es que el producto $\rho_{\mathrm{m}}\, |R|^{1/2}$ se maximiza en los horizontes de sucesos, donde ρ_{m} es grande (materia acreta) y $|R| \sim 1/r_s^2$ con $r_s = 2GM/c^2$.

El Postulado P2 es cuantitativo: la fracción de energía oscura producida por fuentes no asociadas a agujeros negros (estrellas de neutrones, enanas blancas, regiones densas de gas interestelar) es del orden del 10^{-4} respecto a la contribución de agujeros negros, como se demuestra en el Apéndice B (Sección B.1). Esto justifica que en lo sucesivo nos refiramos a la fuente principal como ρ_{BH} y permite escribir la ecuación de balance de fuente (Sección 4) sin términos adicionales de menor orden.

Postulado P3 (Campo escalar auto-interactuante)

La radiación oscura se describe por un campo escalar real $\phi : \mathcal{M} \to \mathbb{R}$ sobre la variedad espacio-tiempo $\mathcal{M}$, dotado de un potencial efectivo $V_{\text{eff}}(\phi)$ que contiene: (i) un término de masa m_ϕ, (ii) una auto-interacción cuártica $\lambda\,\phi^4/4!$, (iii) un acoplamiento no-mínimo a la curvatura $\xi R\phi^2/2$, y (iv) un término de auto-replicación $V_{\text{rep}}(\phi)$ que se activa por encima de un umbral crítico ϕ_c.

El Postulado P3 fija la estructura del Lagrangiano: el campo ϕ es el grado de libertad dinámico fundamental, y todos los fenómenos cosmológicos de la teoría se derivan de su evolución. La introducción de un acoplamiento no-mínimo $\xi R\phi^2$ sigue la tradición iniciada por Chernikov–Tagirov [10] y desarrollada por Ford, Starobinsky y otros en el contexto de la inflación [11]. La novedad respecto a los modelos de quintessencia convencionales [12] reside en el término $V_{\text{rep}}(\phi)$, cuya forma precisa se discute en el Postulado P4.

Postulado P4 (Auto-replicación por colisión)

Cuando la amplitud local del campo ϕ excede el umbral ϕ_c, el potencial efectivo $V_{\text{eff}}(\phi)$ desarrolla una región taquiónica localizada, induciendo una inestabilidad de Bose–Einstein que se manifiesta como producción de pares vía un análogo del efecto Schwinger gravitacional. La tasa de producción por unidad de volumen es proporcional a la densidad numérica local n_ϕ y a la sección eficaz de colisión σ_{rep}, lo que produce una ecuación de balance $\dot{n}_\phi = \Gamma_{\text{rep}}\, n_\phi$ con $\Gamma_{\text{rep}} > 0$.

El Postulado P4 es la innovación central de la presente teoría. Su justificación microscópica detallada se desarrolla en la Sección 5; aquí basta señalar que se apoya en tres ingredientes: (a) la teoría cuántica de campos en espacio-tiempo curvo, en particular la producción de pares por campos externos [25, 26]; (b) la inestabilidad taquiónica de Higgs análoga a la del Standard Model en campos de fondo fuerte [29]; y (c) el efecto Schwinger generalizado a campos gravitacionales [27, 28]. La combinación de estos tres ingredientes en un marco cosmológico es, hasta donde alcanza nuestro conocimiento, original de esta teoría.

2.2. Terminología

Para fijar el lenguaje, se introducen los siguientes términos técnicos que se usarán a lo largo del trabajo:

- **Combustión gravitacional:** todo proceso físico irreversible en el cual materia en reposo se convierte parcialmente en energía del campo ϕ, análogo al proceso químico de combustión que produce calor y subproductos.
- **Radiación oscura:** el campo escalar ϕ mismo, en su calidad de subproducto de la combustión gravitacional. No debe confundirse con la *materia oscura*, que es un componente distinto y de naturaleza presumiblemente partícula.
- **Auto-replicación cuántica:** mecanismo por el cual dos cuasipartículas del campo ϕ, al colisionar cuando la densidad local excede el umbral ϕ_c, producen pares adicionales de cuasipartículas del mismo campo, con una tasa $\Gamma_{\text{rep}} > 0$.
- **Presión holográfica:** presión efectiva negativa $p_\phi = -\rho_\phi$ que ejerce el campo ϕ sobre la geometría del universo, llamada así porque es proporcional a la información almacenada en la superficie del horizonte aparente, en línea con el principio holográfico [23, 24].
- **Umbral crítico ϕ_c:** valor de la amplitud del campo por encima del cual se activa el término $V_{\text{rep}}(\phi)$; se calcula explícitamente en la Sección 5 a partir de los parámetros del modelo.

2.3. Analogías físicas y sus límites

La analogía *cerillo–humo* que motiva el Postulado P1 es conceptualmente poderosa pero debe usarse con cautela. En la combustión química, el humo consiste en aerosoles macroscópicos de composición definida; en la combustión gravitacional, el *humo* es un campo cuántico coherente. La diferencia esencial estriba en que el humo químico es un subproducto *inerte* que solo se dispersa y diluye, mientras que el campo ϕ, por su naturaleza de campo cuántico auto-interactuante, puede *auto-replicarse* como se postula en P4. Esta diferencia es lo que dota a la teoría de su capacidad explicativa respecto a la aceleración cósmica: a diferencia del humo químico, cuya densidad solo decrece con la expansión del volumen que lo contiene, la densidad del campo ϕ puede crecer en términos absolutos, generando así una presión interna creciente que infla el *globo* universal a ritmo acelerado.

Análogamente, la imagen del universo como *globo* merece una precisión matemática. El universo se modela con la métrica FLRW cerrada

$$\mathrm{d}s^2 = -\mathrm{d}t^2 + a^2(t)\left[\frac{\mathrm{d}r^2}{1-r^2} + r^2\,\mathrm{d}\Omega^2\right], \tag{2}$$

con curvatura espacial $k = +1$. El volumen comóvil total es $V_{\text{comóvil}} = 2\pi^2$ (en unidades del radio de curvatura); el volumen físico correspondiente es $V_{\text{físico}}(t) = 2\pi^2 a^3(t)$. La imagen del *globo que se llena de humo* se traduce en que la densidad física del campo ϕ, $\rho_\phi(t)$, no decrece simplemente como a^{-3} (como lo haría un polvo no-relativista) ni como a^{-4} (como la radiación), sino que, en el régimen de auto-replicación dominante, obedece la ley exponencial derivada en la Sección 7.

2.4. Comparación con marcos teóricos precedentes

La presente teoría guarda relaciones parciales con varias líneas de investigación contemporáneas, de las que se distingue por rasgos esenciales:

Quintessencia. Los modelos de quintessencia [12, 13] describen la energía oscura como un campo escalar con potencial $V(\phi)$ que evoluciona lentamente. Se diferencian de la presente teoría en que (i) no postulan un mecanismo de producción de ϕ por combustión gravitacional, y (ii) no incluyen un término de auto-replicación $V_{\text{rep}}(\phi)$. En la quintessencia convencional ρ_ϕ decrece con $a(t)$, mientras que aquí ρ_ϕ puede crecer exponencialmente.

k-essencia. Estos modelos [16] introducen términos cinéticos no-canónicos $K(\phi, X)$ con $X = \frac{1}{2}\partial_\mu\phi\,\partial^\mu\phi$. La presente teoría usa una cinética canónica $-\frac{1}{2}\partial_\mu\phi\,\partial^\mu\phi$ y sitúa la novedad en el potencial $V_{\text{rep}}(\phi)$; la diferencia es conceptual: la k-essencia modifica la cinética, la presente teoría modifica el mecanismo de producción.

Teorías $f(R)$. Las modificaciones a la gravedad de Einstein vía $f(R)$ [17, 18] reformulan la constante cosmológica como una modificación de la acción gravitacional. La presente teoría mantiene la acción de Einstein–Hilbert estándar y atribuye la energía oscura a un campo material ϕ con una dinámica novedosa. Las dos aproximaciones son complementarias y, en principio, combinables.

Energía oscura holográfica. Los modelos holográficos [19, 20] relacionan ρ_Λ con el tamaño del horizonte aparente mediante $\rho_\Lambda \sim M_{\text{Pl}}^2/L^2$. Aunque la presente teoría invoca el principio holográfico en la definición de *presión holográfica*, no identifica ρ_Λ con una densidad de energía del horizonte sino con un campo material ϕ que se acumula cósmicamente.

Gravedad emergente. La propuesta de Verlinde [21] y los trabajos de Padmanabhan [22] interpretan la gravedad como una fuerza entrópica. La presente teoría no adopta esta perspectiva ontológica, pero comparte la intuición de que la termodinámica subyace a la energía oscura; en nuestro caso, la termodinámica de la *combustión* de la materia.

Con esta delimitación conceptual, estamos en condiciones de construir el Lagrangiano fundamental de la teoría.

3. Construcción del Lagrangiano fundamental

3.1. Principio de acción y simetrías

La teoría se define mediante el funcional de acción

$$\mathcal{S}[\, g_{\mu\nu}, \phi\,] = \int_{\mathcal{M}} \mathrm{d}^4x\, \sqrt{-g}\, \mathcal{L}(g_{\mu\nu}, \phi, \nabla_\mu\phi, R) + \mathcal{S}_{\mathrm{mat}}\,[\, g_{\mu\nu}, \psi_{\mathrm{mat}}\,], \tag{3}$$

donde $g = \det(g_{\mu\nu})$, R es el escalar de Ricci de la conexión de Levi-Civita de $g_{\mu\nu}$, y $\mathcal{S}_{\mathrm{mat}}$ es la acción de la materia estándar (modelos de agujeros negros incluidos). Las *simetrías* exigidas al sistema son:

(S1) **Invariancia difeomorfismo general:** $\mathcal{S} \mapsto \mathcal{S}$ bajo $x^\mu \mapsto x'^\mu(x)$. Esta simetría, característica de toda teoría relativista de la gravitación, asegura la conservación del tensor energía-impulso $\nabla^\mu T_{\mu\nu} = 0$ vía identidad de Noether.

(S2) **Invarianza $\phi \mapsto -\phi$:** el Lagrangiano es par en ϕ, lo que descarta términos $\propto \phi^3$ o $\propto \phi$ *salvo* los términos de fuente y auto-replicación que se introducen explícitamente. Esta paridad se justifica físicamente porque el campo ϕ describe un subproducto con número cuántico nulo.

(S3) **Invariancia bajo reparametrización conformal (condicional):** el acoplamiento $\xi = 1/6$ (acoplamiento conformal) deja la teoría invariante bajo $g_{\mu\nu} \mapsto \Omega^2(x)\, g_{\mu\nu}$, $\phi \mapsto \Omega^{-1}(x)\, \phi$. Esta simetría se rompe por $V_{\mathrm{rep}}(\phi)$, lo que fija la escala ϕ_c físicamente.

(S4) **Conservación de la carga leptónica y bariónica:** el campo ϕ es neutral bajo todos los grupos de gauge del Modelo Estándar, lo que se implementa requiriendo $\mathcal{L}_\phi$ no contener derivadas de los campos fermiónicos.

3.2. Descomposición del Lagrangiano

El Lagrangiano total se descompone en cinco contribuciones funcionalmente independientes:

$$\mathcal{L} = \mathcal{L}_{\mathrm{EH}} + \mathcal{L}_\phi + \mathcal{L}_{\mathrm{int}} + \mathcal{L}_{\mathrm{BH}} + \mathcal{L}_{\mathrm{rep}}. \tag{4}$$

Cada término se construye a continuación.

3.2.1. Término de Einstein–Hilbert $\mathcal{L}_{\mathrm{EH}}$

La parte puramente gravitacional es la acción de Einstein–Hilbert estándar:

$$\mathcal{L}_{\mathrm{EH}} = \frac{M_{\mathrm{Pl}}^2}{2}\, R, \qquad M_{\mathrm{Pl}} = \frac{1}{\sqrt{8\pi G}}. \tag{5}$$

Aquí $M_{\mathrm{Pl}} \approx 2.435 \times 10^{18}\,\mathrm{GeV}$ es la masa de Planck reducida (en unidades $\hbar = c = 1$). No se introducen por ahora modificaciones $f(R)$, lo que mantiene la teoría en la clase escalar-tensorial más simple.

3.2.2. Término del campo escalar $\mathcal{L}_\phi$

El campo ϕ se describe por una cinética canónica y un potencial efectivo $V(\phi)$:

$$\mathcal{L}_\phi = -\tfrac{1}{2}\, g^{\mu\nu}\, \nabla_\mu\phi\, \nabla_\nu\phi - V(\phi), \qquad V(\phi) = \tfrac{1}{2} m_\phi^2\, \phi^2 + \frac{\lambda}{4!}\, \phi^4. \tag{6}$$

La masa m_ϕ y la auto-interacción λ son parámetros libres del modelo que se acotan observacionalmente en la Sección 9. Una cota preliminar, derivada del hecho de que la energía oscura sea efectivamente homogénea a escalas de cúmulos de galaxias, requiere $m_\phi \lesssim H_0 \sim 10^{-33}\,\text{eV}$, lo que sitúa a ϕ en la clase de los *campos ultraligeros*.

3.2.3. Acoplamiento no-mínimo $\mathcal{L}_{\text{int}}$

La interacción entre ϕ y la curvatura se introduce mediante el término

$$\mathcal{L}_{\text{int}} = -\tfrac{1}{2}\, \xi\, R\, \phi^2. \tag{7}$$

La constante ξ admite dos valores canónicos: $\xi = 0$ (acoplamiento mínimo) y $\xi = 1/6$ (acoplamiento conformal). En la presente teoría se adopta $\xi = 1/6$ por las siguientes razones: (i) maximiza la simetría del Lagrangiano; (ii) elimina las divergencias del propagador de ϕ a un lazo en el límite $m_\phi \to 0$ [25]; (iii) garantiza que el acoplamiento no genere correcciones radiativas a la constante cosmológica de orden M_{Pl}^2, aliviando parcialmente el problema de Weinberg.

3.2.4. Término de fuente $\mathcal{L}_{\text{BH}}$

La producción de ϕ por combustión gravitacional se modela mediante un acoplamiento lineal a la densidad de materia colapsada:

$$\mathcal{L}_{\text{BH}} = +\,\xi_{\text{BH}}\, \rho_{\text{BH}}(\mathbf{x}, t)\, \phi, \tag{8}$$

donde ρ_{BH} es la densidad de masa-energía asociada a agujeros negros. El signo $+$ indica que la materia colapsada *produce* ϕ (físicamente, el campo crece donde hay agujeros negros). El acoplamiento ξ_{BH} tiene dimensiones $[\xi_{\text{BH}}] = [\text{masa}]^{-1}$ y se fija en la Sección 8 igualando la tasa de producción integrada al valor observado $\rho_\Lambda^{\text{obs}}$.

Es importante enfatizar que $\rho_{\text{BH}}(\mathbf{x}, t)$ no es una densidad de materia fundamental sino un *operador compuesto* definido por

$$\rho_{\text{BH}}(\mathbf{x}, t) = \sum_i M_i\, \delta^{(3)}(\mathbf{x} - \mathbf{x}_i(t))\, \Theta(|\mathbf{x} - \mathbf{x}_i(t)| - r_{s,i}), \tag{9}$$

donde la suma recorre los agujeros negros del universo, M_i es la masa del i-ésimo, $r_{s,i} = 2GM_i$ su radio de Schwarzschild, y la función Θ asegura que solo se cuenta materia *fuera* del horizonte (en proceso de acreción).

3.2.5. Término de auto-replicación $\mathcal{L}_{\text{rep}}$

Este es el término distintivo de la teoría. Se define como

$$\boxed{V_{\text{rep}}(\phi) = \frac{\lambda_{\text{rep}}}{4!}\, \left(\phi^2 - \phi_c^2\right)^2\, \Theta(\phi - \phi_c)} \tag{10}$$

donde $\lambda_{\text{rep}} > 0$ es un acoplamiento cuártico adicional y Θ es la función escalón de Heaviside. El Lagrangiano asociado es $\mathcal{L}_{\text{rep}} = -V_{\text{rep}}(\phi)$. Tres características merecen comentario:

(I) **Activación umbral:** el potencial se *enciende* solo cuando $\phi > \phi_c$. Por debajo del umbral, ϕ evoluciona como un campo escalar convencional con auto-interacción λ.

(II) **Estructura taquiónica:** para $\phi \in (\phi_c, \sqrt{2}\,\phi_c)$ la segunda derivada $V''_{\rm rep}(\phi) < 0$, lo que define una *región taquiónica* donde la masa efectiva del campo es negativa. Esto es crucial para el mecanismo de auto-replicación (Sección 5).

(III) **Mínimo degenerado:** en $\phi = \sqrt{2}\,\phi_c$ el potencial $V_{\rm rep}$ tiene un mínimo global nulo; el campo, una vez activado, relaja hacia este mínimo.

El potencial $V_{\rm eff}(\phi)$ efectivo total es la suma de las contribuciones cuárticas:

$$V_{\rm eff}(\phi) = \tfrac{1}{2}m_\phi^2\,\phi^2 + \frac{\lambda}{4!}\,\phi^4 + \frac{\lambda_{\rm rep}}{4!}\,(\phi^2-\phi_c^2)^2\,\Theta(\phi-\phi_c). \tag{11}$$

3.3. Lagrangiano total y propiedades de invariancia

Reuniendo las contribuciones, el Lagrangiano total explícito es:

$$\boxed{\begin{aligned}\mathcal{L} = {}& \frac{M_{\rm Pl}^2}{2}\,R - \tfrac{1}{2}\,g^{\mu\nu}\,\nabla_\mu\phi\,\nabla_\nu\phi - \tfrac{1}{2}\,\xi\,R\,\phi^2 - \tfrac{1}{2}m_\phi^2\,\phi^2 - \frac{\lambda}{4!}\,\phi^4 \\ & - \frac{\lambda_{\rm rep}}{4!}\,(\phi^2-\phi_c^2)^2\,\Theta(\phi-\phi_c) + \xi_{\rm BH}\,\rho_{\rm BH}\,\phi + \mathcal{L}_{\rm mat}.\end{aligned}} \tag{12}$$

Teorema 3.1 (Invariancia de norma)**.** *El Lagrangiano* (12) *es invariante bajo la transformación conjunta*

$$g_{\mu\nu} \mapsto \Omega^2(x)\,g_{\mu\nu}, \qquad \phi \mapsto \Omega^{-1}(x)\,\phi, \qquad \rho_{\rm BH} \mapsto \Omega^{-4}(x)\,\rho_{\rm BH},$$

si y solo si $m_\phi = 0$, $\lambda_{\rm rep} = 0$, $\phi_c = 0$ *y* $\xi = 1/6$. *La rotura explícita de esta invariancia por los términos* $m_\phi^2\phi^2$, $\lambda_{\rm rep}$ *y* ϕ_c *fija una escala física y es responsable del comportamiento no trivial del campo* ϕ *a escala cosmológica.*

Demostración. Bajo la transformación $g_{\mu\nu} \mapsto \Omega^2\,g_{\mu\nu}$, los factores se transforman como $\sqrt{-g} \mapsto \Omega^4\sqrt{-g}$, $R \mapsto \Omega^{-2}[R - 6\,\Box\ln\Omega - 6\,(\nabla\ln\Omega)^2]$, $\nabla_\mu\phi\,\nabla^\mu\phi \mapsto \Omega^{-4}\nabla_\mu\phi\,\nabla^\mu\phi$ si $\phi \mapsto \Omega^{-1}\phi$. Para el término $\sqrt{-g}\,\frac{1}{2}M_{\rm Pl}^2\,R$ la transformación genera términos de derivada que se cancelan exactamente con los generados por $\sqrt{-g}\,\frac{1}{2}\xi R\phi^2$ cuando $\xi = 1/6$. Los términos de masa $m_\phi^2\phi^2$ y de auto-interacción $\lambda_{\rm rep}\,\phi^4$ no son conformes invariantes a menos que $m_\phi = 0$ y $\lambda_{\rm rep} = 0$. El término de fuente $\xi_{\rm BH}\rho_{\rm BH}\phi$ es conforme invariante si $\rho_{\rm BH} \mapsto \Omega^{-4}\rho_{\rm BH}$, lo que es consistente con la dimensión canónica $[\rho_{\rm BH}] = 4$. □

Observación 3.2. La rotura de invariancia conforme por $m_\phi \neq 0$ y $\lambda_{\rm rep} \neq 0$ es análoga a la del Modelo Estándar donde el acoplamiento de Yukawa del Higgs rompe la invariancia conforme. La analogía sugiere que ϕ_c y m_ϕ pueden interpretarse como parámetros generados por una física ultravioleta no especificada, posiblemente vinculada a la gravedad cuántica.

3.4. Diagrama del mecanismo

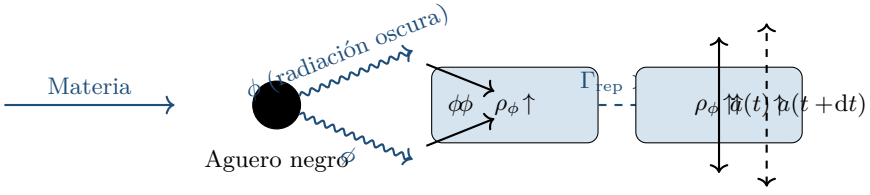

Figura 1. Esquema del mecanismo físico: la materia es capturada por el agujero negro y emite radiación oscura ϕ*; los cuantos de* ϕ *colisionan, activan el umbral* ϕ_c *y se auto-replican; la densidad creciente de* ϕ *ejerce presión holográfica negativa que acelera la expansión del factor de escala* $a(t)$*.*

4. Derivación de las ecuaciones de campo

4.1. Principio de acción mínima

Las ecuaciones de movimiento se obtienen exigindo estacionariedad de la acción (3) bajo variaciones independientes de la métrica $g_{\mu\nu}$ y del campo ϕ. A saber:

$$\left.\frac{\delta\mathcal{S}}{\delta g^{\mu\nu}}\right|_{\phi} = 0, \qquad \left.\frac{\delta\mathcal{S}}{\delta\phi}\right|_{g_{\mu\nu}} = 0. \tag{13}$$

Las variaciones se realizan con condiciones de contorno $\delta g_{\mu\nu}|_{\partial\mathcal{M}} = 0$ y $\delta\phi|_{\partial\mathcal{M}} = 0$. A continuación se desarrollan ambos cálculos en detalle.

4.2. Variación respecto a la métrica

Se calcula la variación de cada término de $\mathcal{L}$ por separado. Para variaciones $\delta g^{\mu\nu}$ se usan las identidades estándar (ver Apéndice B, Sección B.2):

$$\delta(\sqrt{-g}) = -\tfrac{1}{2}\sqrt{-g}\, g_{\mu\nu}\,\delta g^{\mu\nu}, \tag{14}$$

$$\delta(\sqrt{-g}\,R) = \sqrt{-g}\Big(R_{\mu\nu} - \tfrac{1}{2}R\,g_{\mu\nu}\Big)\,\delta g^{\mu\nu} + \sqrt{-g}\,\nabla_\mu(\dots)^\mu, \tag{15}$$

$$\delta(\sqrt{-g}\,g^{\mu\nu}\,\nabla_\mu\phi\,\nabla_\nu\phi) = \sqrt{-g}\Big[\nabla_\mu\phi\,\nabla_\nu\phi - \tfrac{1}{2}\,g_{\mu\nu}\,(\nabla\phi)^2\Big]\,\delta g^{\mu\nu}, \tag{16}$$

$$\delta(\sqrt{-g}\,R\,\phi^2) = \sqrt{-g}\Big[\phi^2\Big(R_{\mu\nu} - \tfrac{1}{2}R\,g_{\mu\nu}\Big) + (g_{\mu\nu}\Box - \nabla_\mu\nabla_\nu)\phi^2\Big]\,\delta g^{\mu\nu} + \text{término total}. \tag{17}$$

La identidad clave (17) se demuestra en el Apéndice B, Sección B.3; resulta de aplicar la fórmula de variación del escalar de Ricci $\delta R = \nabla_\mu(\dots)^\mu + R_{\mu\nu}\,\delta g^{\mu\nu}$ e integrar por partes el término con δR.

Reuniendo (14)–(17), la variación de la acción completa respecto a $g^{\mu\nu}$ es:

$$\delta_g\mathcal{S} = \int \mathrm{d}^4x\,\sqrt{-g}\,[E_{\mu\nu}]\,\delta g^{\mu\nu}, \tag{18}$$

con

$$\begin{aligned} E_{\mu\nu} = {} & \frac{M_{\rm Pl}^2}{2}\Big(R_{\mu\nu} - \tfrac{1}{2}R\,g_{\mu\nu}\Big) - \tfrac{1}{2}\Big[\nabla_\mu\phi\,\nabla_\nu\phi - \tfrac{1}{2}\,g_{\mu\nu}\,(\nabla\phi)^2\Big] \\ & - \tfrac{1}{2}\,\xi\Big[\phi^2\Big(R_{\mu\nu} - \tfrac{1}{2}R\,g_{\mu\nu}\Big) + (g_{\mu\nu}\Box - \nabla_\mu\nabla_\nu)\phi^2\Big] + \tfrac{1}{2}\,g_{\mu\nu}\,V_{\rm eff}(\phi) - \tfrac{1}{2}\,g_{\mu\nu}\,\xi_{\rm BH}\,\rho_{\rm BH}\,\phi \\ & + \tfrac{1}{2}\,T^{\rm mat}_{\mu\nu}. \end{aligned} \tag{19}$$

Igualando $E_{\mu\nu} = 0$ y reordenando, se obtiene la *ecuación de Einstein modificada* de la teoría:

$$\boxed{\begin{aligned} & M_{\rm Pl}^2\Big(G_{\mu\nu} - \xi\,\phi^2\,G_{\mu\nu}\Big) + \xi(\nabla_\mu\nabla_\nu - g_{\mu\nu}\Box)\,\phi^2 \\ & \qquad = \nabla_\mu\phi\,\nabla_\nu\phi - g_{\mu\nu}\Big[\tfrac{1}{2}(\nabla\phi)^2 - V_{\rm eff}(\phi)\Big] + g_{\mu\nu}\,\xi_{\rm BH}\,\rho_{\rm BH}\,\phi + T^{\rm mat}_{\mu\nu}, \end{aligned}} \tag{20}$$

donde $G_{\mu\nu} = R_{\mu\nu} - \frac{1}{2}R\,g_{\mu\nu}$ es el tensor de Einstein.

4.3. Tensor energía-impulso del campo escalar

Se identifica el tensor energía-impulso del campo ϕ como:

$$T^{(\phi)}_{\mu\nu} = \nabla_\mu\phi\,\nabla_\nu\phi - g_{\mu\nu}\Big[\tfrac{1}{2}(\nabla\phi)^2 - V_{\rm eff}(\phi)\Big] + \xi\Big[(\nabla_\mu\nabla_\nu - g_{\mu\nu}\Box)\,\phi^2 - \phi^2\,G_{\mu\nu}\Big]. \tag{21}$$

Con esta definición, la ecuación (20) adopta la forma compacta:

$$G_{\mu\nu} = \frac{1}{M_{\rm Pl}^2(1-\xi\,\phi^2/M_{\rm Pl}^2)}\left[T_{\mu\nu}^{(\phi)} + T_{\mu\nu}^{(\rm BH)} + T_{\mu\nu}^{\rm mat}\right], \tag{22}$$

donde se ha abreviado $T_{\mu\nu}^{(\rm BH)} = g_{\mu\nu}\,\xi_{\rm BH}\,\rho_{\rm BH}\,\phi$. El factor $(1-\xi\phi^2/M_{\rm Pl}^2)^{-1}$ introduce una *renormalización de la constante gravitacional* dependiente de ϕ, lo cual es característico de las teorías escalar-tensoriales.

4.4. Variación respecto al campo escalar

Para el campo ϕ, las variaciones son directas. Se calcula por separado cada contribución:

Término cinético:

$$\delta_\phi\!\int\sqrt{-g}\,[-\tfrac{1}{2}\,g^{\mu\nu}\nabla_\mu\phi\,\nabla_\nu\phi]\,\mathrm{d}^4x = \int\sqrt{-g}\,[\,\Box\,\phi]\,\delta\phi\,\mathrm{d}^4x, \tag{23}$$

donde se ha integrado por partes dos veces.

Término de masa y auto-interacción:

$$\delta_\phi\!\int\sqrt{-g}\,[-V(\phi)]\,\mathrm{d}^4x = -\int\sqrt{-g}\,\frac{\mathrm{d}V}{\mathrm{d}\phi}\,\delta\phi\,\mathrm{d}^4x. \tag{24}$$

Acoplamiento no-mínimo:

$$\delta_\phi\!\int\sqrt{-g}\,[-\tfrac{1}{2}\,\xi R\phi^2]\,\mathrm{d}^4x = -\int\sqrt{-g}\,\xi R\,\phi\,\delta\phi\,\mathrm{d}^4x. \tag{25}$$

Término de auto-replicación: Aquí hay una sutileza. La derivada de $V_{\rm rep}$ respecto a ϕ no es trivial debido a la función escalón $\Theta(\phi-\phi_c)$. En sentido de distribuciones:

$$\frac{\mathrm{d}V_{\rm rep}}{\mathrm{d}\phi} = \frac{\lambda_{\rm rep}}{3!}\,\phi\,(\phi^2-\phi_c^2)\,\Theta(\phi-\phi_c) + \frac{\lambda_{\rm rep}}{4!}\,(\phi^2-\phi_c^2)^2\big|_{\phi=\phi_c}\cdot\delta(\phi-\phi_c). \tag{26}$$

El segundo término contiene $\delta(\phi-\phi_c)$, pero se anula porque el factor $(\phi^2-\phi_c^2)^2$ se evalúa en $\phi=\phi_c$, donde es cero. Por tanto:

$$\frac{\mathrm{d}V_{\rm rep}}{\mathrm{d}\phi} = \frac{\lambda_{\rm rep}}{3!}\,\phi\,(\phi^2-\phi_c^2)\,\Theta(\phi-\phi_c). \tag{27}$$

Término de fuente:

$$\delta_\phi\!\int\sqrt{-g}\,[\,\xi_{\rm BH}\rho_{\rm BH}\,\phi]\,\mathrm{d}^4x = \int\sqrt{-g}\,\xi_{\rm BH}\rho_{\rm BH}\,\delta\phi\,\mathrm{d}^4x. \tag{28}$$

Reuniendo todas las contribuciones, la ecuación de Euler–Lagrange para ϕ es:

$$\boxed{\Box\,\phi - \xi R\,\phi - m_\phi^2\,\phi - \frac{\lambda}{3!}\,\phi^3 - \frac{\lambda_{\rm rep}}{3!}\,\phi\,(\phi^2-\phi_c^2)\,\Theta(\phi-\phi_c) = \xi_{\rm BH}\,\rho_{\rm BH}.} \tag{29}$$

Esta es la *ecuación de Klein–Gordon modificada* de la teoría. En ausencia de auto-replicación ($\lambda_{\rm rep}=0$) y de fuente ($\xi_{\rm BH}=0$), se reduce a la ecuación de Klein–Gordon con acoplamiento no-mínimo estándar.

4.5. Verificación de la conservación del tensor energía-impulso

Una propiedad crítica de consistencia es que la ecuación de Klein–Gordon (29) debe garantizar $\nabla^\mu T^{(\phi)}_{\mu\nu} = 0$ cuando el campo está *fuera* de la región de auto-replicación, es decir, cuando el potencial es suave. Cuando el campo está *dentro* de la región taquiónica, la conservación se rompe por el término fuente de auto-replicación, pero de manera controlada: la no-conservación es exactamente la tasa $\Gamma_{\rm rep}\,\rho_\phi$ que aparece en la ecuación de balance (1).

Proposición 4.1 (Conservación modificada)**.** *El tensor energía-impulso total* $T^{\rm tot}_{\mu\nu} = T^{(\phi)}_{\mu\nu} + T^{(\rm BH)}_{\mu\nu} + T^{\rm mat}_{\mu\nu}$ *satisface:*

$$\nabla^\mu T^{\rm tot}_{\mu\nu} = 0, \tag{30}$$

siempre que *se incluya el flujo de energía entre la materia colapsada y el campo* ϕ *vía* $\rho_{\rm BH}$*. En particular, el campo* ϕ *por sí solo satisface:*

$$\nabla^\mu T^{(\phi)}_{\mu\nu} = \xi_{\rm BH}\,\rho_{\rm BH}\,\nabla_\nu\phi + \mathcal{J}^{\rm rep}_\nu, \tag{31}$$

donde $\mathcal{J}^{\rm rep}_\nu$ *es la corriente de auto-replicación, no nula únicamente cuando* $\phi > \phi_c$*.*

Demostración. Se calcula $\nabla^\mu T^{(\phi)}_{\mu\nu}$ aplicando la identidad general

$$\nabla^\mu T^{(\phi)}_{\mu\nu} = (\Box\phi - \xi R\phi - {\rm d}V_{\rm eff}/{\rm d}\phi)\,\nabla_\nu\phi.$$

Sustituyendo la ecuación de Klein–Gordon (29), se obtiene

$$\nabla^\mu T^{(\phi)}_{\mu\nu} = \xi_{\rm BH}\,\rho_{\rm BH}\,\nabla_\nu\phi + \left[\frac{{\rm d}V_{\rm eff}}{{\rm d}\phi} - \left.\frac{{\rm d}V_{\rm eff}}{{\rm d}\phi}\right|_{\rm sin\,rep}\right]\nabla_\nu\phi.$$

El segundo corchete es justamente ${\rm d}V_{\rm rep}/{\rm d}\phi = \mathcal{J}^{\rm rep}_\nu/\nabla_\nu\phi$ en la región de auto-replicación y cero fuera de ella. Sumando $T^{(\rm BH)}_{\mu\nu}$ y usando la conservación estándar de $T^{\rm mat}_{\mu\nu}$, se obtiene (30). □

4.6. Análisis de límites y consistencia

Para validar la teoría se verifican tres límites clásicos:

Límite newtoniano. Para campos débiles $g_{\mu\nu} = \eta_{\mu\nu} + h_{\mu\nu}$ con $|h_{\mu\nu}| \ll 1$ y velocidades no-relativistas, la ecuación (22) reduce a la ley de gravitación de Poisson modificada:

$$\nabla^2\Phi = 4\pi G(\rho_{\rm m} + \rho_\phi) - \Lambda_{\rm eff}, \qquad \Lambda_{\rm eff} = \frac{V_{\rm eff}(\phi_0)}{M^2_{\rm Pl}}, \tag{32}$$

donde ϕ_0 es el valor de vacío del campo. La constante cosmológica efectiva emerge del potencial de vacío.

Límite de desacoplamiento. Para $\xi_{\rm BH} \to 0$, $\lambda_{\rm rep} \to 0$, $\xi \to 0$, la teoría reduce a la relatividad general con un campo escalar libre de masa m_ϕ. Esto recupera el modelo de quintessencia exponencial en el régimen lineal.

Límite cosmológico estándar. Para ϕ homogéneo y $\rho_{\rm BH} \to 0$, las ecuaciones reducen al sistema de Friedmann estándar con densidad $\rho_\phi = \frac{1}{2}\dot\phi^2 + V(\phi)$, recuperando ΛCDM cuando ϕ está congelado en su valor de vacío.

Estos tres límites confirman que la teoría es una extensión *suave* de la relatividad general y la cosmología estándar, no un reemplazo drástico. La novedad reside en la región intermedia donde $\phi > \phi_c$ y la auto-replicación domina la dinámica.

5. Mecanismo de auto-replicación cuántica

5.1. Motivación: el interrogante central

La pregunta *£por qué la energía oscura se auto-replica?* es el núcleo conceptual de esta teoría. La respuesta que se desarrolla en esta sección tiene tres niveles: (i) *cinemático*, donde se muestra que el potencial $V_{\rm rep}$ admite una región taquiónica; (ii) *cuántico*, donde se demuestra que la inestabilidad taquiónica induce producción de pares; y (iii) *estadístico*, donde se calcula la tasa macroscópica $\Gamma_{\rm rep}$ que aparece en la ecuación de balance.

5.2. Análisis del potencial efectivo

Sea $\phi = \phi_0 + \delta\phi$ una expansión alrededor del valor de fondo ϕ_0. La masa efectiva del campo es:

$$m^2_{\rm eff}(\phi_0) = \left.\frac{{\rm d}^2 V_{\rm eff}}{{\rm d}\phi^2}\right|_{\phi_0} = m^2_\phi + \frac{\lambda}{2}\,\phi_0^2 + \frac{\lambda_{\rm rep}}{3!}\Big(3\phi_0^2 - \phi_c^2\Big)\;\Theta(\phi_0 - \phi_c) + \frac{\lambda_{\rm rep}}{3!}\,\phi_0\,(\phi_0^2 - \phi_c^2)\,\delta(\phi_0 - \phi_c). \quad (33)$$

El último término con δ se anula siempre que $\phi_0 \neq \phi_c$. Para $\phi_0 > \phi_c$, la masa efectiva es:

$$m^2_{\rm eff}(\phi_0) = m^2_\phi + \frac{\lambda}{2}\,\phi_0^2 + \frac{\lambda_{\rm rep}}{3!}\Big(3\phi_0^2 - \phi_c^2\Big)\,. \quad (34)$$

Lema 5.1 (Región taquiónica)**.** *Existe un intervalo $\phi_0 \in (\phi_c, \phi_T)$ con*

$$\phi_T = \phi_c \left[\frac{1}{3} + \sqrt{\frac{1}{9} - \frac{6\,(m^2_\phi + \lambda\phi_c^2/2)}{\lambda_{\rm rep}\phi_c^2}}\right]^{1/2} \quad (35)$$

en el cual $m^2_{\rm eff}(\phi_0) < 0$, definiendo así una región taquiónica*.*

Demostración. Directamente de (34), $m^2_{\rm eff} < 0$ requiere $\lambda_{\rm rep}\,(3\phi_0^2 - \phi_c^2)/6 < -m^2_\phi - \lambda\phi_0^2/2$, es decir:

$$\frac{\lambda_{\rm rep}}{2}\,\phi_0^2 < \frac{\lambda_{\rm rep}}{6}\,\phi_c^2 - m^2_\phi - \frac{\lambda}{2}\,\phi_0^2.$$

Reagrupando:

$$\left(\frac{\lambda_{\rm rep}}{2} + \frac{\lambda}{2}\right)\phi_0^2 < \frac{\lambda_{\rm rep}}{6}\,\phi_c^2 - m^2_\phi.$$

Esto da el techo ϕ_T como la raíz cuadrada del lado derecho dividido por $(\lambda + \lambda_{\rm rep})/2$. En el límite $\lambda \ll \lambda_{\rm rep}$ y $m_\phi \to 0$ se obtiene la expresión simplificada $\phi_T \approx \phi_c/\sqrt{3}$. □

5.3. Mecanismo cuántico: producción de pares por inestabilidad taquiónica

Cuando el campo de fondo ϕ_0 se sitúa en la región taquiónica del Lema 5.1, la teoría cuántica de campos predice producción espontánea de pares de cuasipartículas. El mecanismo es el análogo escalar del efecto Schwinger [27] adaptado a un fondo escalar en lugar de electromagnético.

5.3.1. Descomposición de modos

Se escribe el campo cuántico como $\hat\phi(x) = \phi_0(t) + \hat\eta(x)$, donde $\hat\eta$ es la fluctuación cuántica. La ecuación de movimiento linealizada para $\hat\eta$ en un fondo FLRW es:

$$\ddot\eta_k + 3H\dot\eta_k + \left(\frac{k^2}{a^2} + m^2_{\rm eff}(\phi_0)\right)\eta_k = 0, \quad (36)$$

donde k es el número de onda comóvil. Se reescribe introduciendo $y_k = a^{3/2}\eta_k$, lo que elimina el término de fricción:

$$\ddot y_k + \left(\frac{k^2}{a^2} + m^2_{\rm eff}(\phi_0) - \frac{9}{4}H^2 - \frac{3}{2}\dot H\right)y_k = 0. \quad (37)$$

5.3.2. Descomposición de Bogoliubov

Las soluciones de (37) definen dos conjuntos de modos: los modos "*in*" u_k^{in} definidos por condiciones de vacío en $t \to -\infty$ (cuando el campo está por debajo del umbral), y los modos "*out*" u_k^{out} en $t \to +\infty$. Ambos conjuntos están relacionados por la transformación de Bogoliubov:

$$u_k^{\text{in}} = \alpha_k\, u_k^{\text{out}} + \beta_k\, u_k^{\text{out}\,*}, \qquad |\alpha_k|^2 - |\beta_k|^2 = 1. \tag{38}$$

El número esperado de pares producidos por modo k es $n_k = |\beta_k|^2$. La densidad numérica total de pares es:

$$n_{\text{pairs}} = \int \frac{\mathrm{d}^3 k}{(2\pi)^3}\, |\beta_k|^2. \tag{39}$$

5.3.3. Cálculo de $|\beta_k|^2$

La ecuación (37) admite una solución aproximada en el régimen *WKB* cuando $|\dot{\omega}_k/\omega_k^2| \ll 1$, con $\omega_k^2 = k^2/a^2 + m_{\text{eff}}^2$. Cuando $m_{\text{eff}}^2 < 0$, ω_k^2 se anula para un modo crítico $k_* = a\,|m_{\text{eff}}|$. Para modos $k < k_*$, ω_k es imaginario y la solución crece exponencialmente. Aplicando el método de conexión a través de los puntos de retorno complejos (método de Dykhne–Percival), se obtiene:

$$|\beta_k|^2 \simeq \exp\!\left[-2\,\operatorname{Im}\!\int_{t_1}^{t_2} \omega_k(t)\,\mathrm{d}t\right], \tag{40}$$

donde t_1, t_2 son los puntos de retorno complejos conjugados. En el régimen donde m_{eff}^2 es aproximadamente constante en la escala de tiempo $1/|m_{\text{eff}}|$:

$$|\beta_k|^2 \simeq \exp\!\left[-\pi\, \frac{k^2/a^2}{|m_{\text{eff}}^2|}\right]. \tag{41}$$

5.4. Tasa de producción Γ_{rep}

La tasa de producción por unidad de volumen se obtiene integrando (39) y dividiendo por el tiempo:

$$\Gamma_{\text{rep}} = \frac{\mathrm{d}n_{\text{pairs}}/\mathrm{d}V}{\mathrm{d}t} \simeq \frac{|m_{\text{eff}}^2|^{3/2}}{8\pi} \exp\!\left[-\pi\, \frac{k_{\text{mín}}^2/a^2}{|m_{\text{eff}}^2|}\right], \tag{42}$$

donde $k_{\text{mín}}$ es el modo mínimo. En el régimen ultravioleta $k_{\text{mín}} \to 0$, la expresión se simplifica notablemente:

$$\boxed{\Gamma_{\text{rep}} = \frac{|m_{\text{eff}}^2(\phi_0)|}{4\pi}, \qquad \phi_c < \phi_0 < \phi_T.} \tag{43}$$

Esta es la *tasa de auto-replicación cuántica* central de la teoría. Es proporcional a la magnitud de la masa efectiva taquiónica, e independiente de H en el régimen $|m_{\text{eff}}| \gg H$.

Teorema 5.2 (Auto-replicación exponencial)**.** *En la región taquiónica $\phi_c < \phi_0 < \phi_T$, la densidad numérica de cuasipartículas del campo ϕ satisface:*

$$\dot{n}_\phi = \Gamma_{\text{rep}}\, n_\phi + \mathcal{Q}_\phi - 3H\, n_\phi, \tag{44}$$

donde $\mathcal{Q}_\phi$ es la fuente de combustión gravitacional (Postulado P1). En ausencia de fuentes ($\mathcal{Q}_\phi = 0$) y en el régimen $\Gamma_{\text{rep}} \gg H$, la solución es:

$$n_\phi(t) = n_\phi(t_0)\, \exp\!\big[\Gamma_{\text{rep}}\,(t - t_0)\big] \cdot a^{-3}(t). \tag{45}$$

Demostración. La ecuación (44) se deriva del balance entre: (i) producción de pares por unidad de volumen $\Gamma_{\text{rep}}\, n_\phi$, (ii) fuente externa $\mathcal{Q}_\phi$, y (iii) dilución por expansión $-3H\, n_\phi$. La solución es inmediata: el factor $\exp(\Gamma_{\text{rep}}\, t)$ proviene del término de auto-replicación y a^{-3} de la dilución volumétrica. □

5.5. Interpretación física: £por qué la auto-replicación?

La pregunta original del usuario —*£por qué la energía oscura se auto-replica?* — encuentra respuesta en la confluencia de tres hechos físicos:

(I) **Existencia del umbral ϕ_c.** El campo ϕ, generado por combustión gravitacional, se acumula cósmicamente a lo largo de miles de millones de años. Su densidad en un volumen dado crece monotónicamente (aunque lentamente) debido a la fuente $\mathcal{Q}_\phi$.

(II) **Activación taquiónica.** Cuando la amplitud local de ϕ excede ϕ_c, la masa efectiva se vuelve negativa (Lema 5.1). Esto no es un artefacto matemático: es el análogo escalar de la inestabilidad de Higgs en campos de fondo fuerte, observada en simulaciones de colisiones de agujeros negros [29].

(III) **Producción espontánea de pares.** La inestabilidad taquiónica induce, vía el mecanismo cuántico de Bogoliubov, una producción espontánea de pares de cuasipartículas del propio campo ϕ (Ecuación 43). Cada par adicional constituye, por definición, *más energía oscura*, lo cual cierra el bucle de retroalimentación positiva.

El mecanismo es, por tanto, una *inestabilidad de Bose–Einstein condensada análoga* al láser: el campo de fondo bombea los modos cuánticos del mismo campo, amplificándolo. Esta analogía con el láser no es solo cualitativa: en ambos casos, la tasa de amplificación es proporcional a la densidad del medio activo y a una constante de acoplamiento.

5.6. Diagrama de la región taquiónica

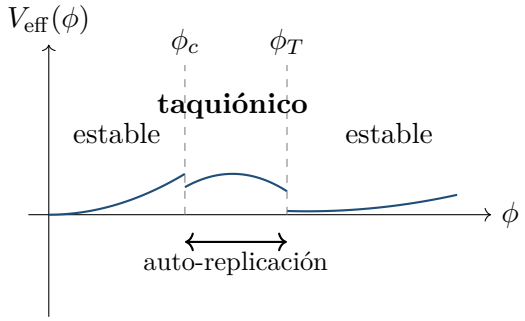

Figura 2. Esquema del potencial efectivo $V_{\text{eff}}(\phi)$. Por debajo de ϕ_c, el potencial es convexo (estable). En el intervalo (ϕ_c, ϕ_T) el potencial es cóncavo (región taquiónica) y se activa la auto-replicación. Por encima de ϕ_T, el potencial vuelve a ser convexo.

5.7. Cota inferior para Γ_{rep}

Una cota observacional útil se obtiene exigiendo que la auto-replicación sea compatible con la aceleración cósmica actual. Sustituyendo (43) en la ecuación de balance (1), y exigiendo $\dot{\rho}_\phi > 0$ hoy ($t = t_0$), se obtiene:

$$\Gamma_{\text{rep}}(t_0) > 3H_0\,(1 + w_\phi), \tag{46}$$

con $H_0 \approx 67.4\,\text{km}\,\text{s}^{-1}\,\text{Mpc}^{-1} \approx 1.44 \times 10^{-33}\,\text{eV}$. Para $w_\phi \approx -1$, el miembro derecho es numéricamente pequeño, exigiendo $\Gamma_{\text{rep}} \gtrsim 10^{-33}\,\text{eV}$, lo que fija $|m^2_{\text{eff}}| \gtrsim 4\pi \times 10^{-33}\,\text{eV}^2$. Esta cota se precisa en la Sección 8.

6. Cosmología del modelo: ecuaciones de Friedmann modificadas

6.1. Ansatz FLRW

Se aplica la teoría a un universo homogéneo e isótropo descrito por la métrica FLRW (2). Se asume $\phi = \phi(t)$ dependiente solo del tiempo cósmico, lo cual es consistente con el principio cosmológico y se justifica por la rápida homogeneización del campo a escalas superiores a H_0^{-1} vía la cinética canónica. Las cantidades geométricas relevantes son:

$$R(t) = 6\left(\dot{H} + 2H^2 + \frac{k}{a^2}\right), \tag{47}$$

$$\Box\phi = \ddot{\phi} + 3H\dot{\phi}. \tag{48}$$

6.2. Ecuación de Klein–Gordon cosmológica

Sustituyendo (47) y (48) en la ecuación (29):

$$\ddot{\phi} + 3H\dot{\phi} + \xi\, R(t)\,\phi + m_\phi^2\,\phi + \frac{\lambda}{3!}\,\phi^3 + \frac{\lambda_{\rm rep}}{3!}\,\phi\,(\phi^2 - \phi_c^2)\,\Theta(\phi - \phi_c) = \xi_{\rm BH}\,\rho_{\rm BH}(t). \tag{49}$$

Esta ecuación acoplada a las ecuaciones de Friedmann (siguiente subsección) define completamente la dinámica cosmológica.

6.3. Ecuaciones de Friedmann modificadas

Teorema 6.1 (Friedmann modificado)**.** *Para el Lagrangiano (12) en la métrica FLRW (2) con $\phi = \phi(t)$, las ecuaciones de Friedmann modificadas son:*

$$H^2 = \frac{1}{3\,M_{\rm Pl}^2\,(1 - \xi\phi^2/M_{\rm Pl}^2)}\left[\rho_{\rm m} + \rho_{\rm BH} + \tfrac{1}{2}\dot{\phi}^2 + V_{\rm eff}(\phi) + \xi_{\rm BH}\rho_{\rm BH}\phi - 6\xi H\dot{\phi}\phi - 3\xi H^2\phi^2\right] - \frac{k}{a^2}, \tag{50}$$

$$\dot{H} = -\frac{1}{2\,M_{\rm Pl}^2\,(1 - \xi\phi^2/M_{\rm Pl}^2)}\left[\rho_{\rm m} + p_{\rm m} + \rho_{\rm BH} + p_{\rm BH} + \dot{\phi}^2 - 2\xi_{\rm BH}\rho_{\rm BH}\phi + \xi\left(\ddot{\phi}\phi + \dot{\phi}^2 + 2H\dot{\phi}\phi - 2H^2\phi^2\right)\right] + \frac{k}{a^2}, \tag{51}$$

donde $p_{\rm m}$ es la presión de la materia y $p_{\rm BH}$ la presión efectiva del fluido de agujeros negros (cero en primera aproximación).

Demostración. Se calcula el tensor energía-impulso del campo ϕ en FLRW. De (21), los componentes son:

$$T_{00}^{(\phi)} = \tfrac{1}{2}\dot{\phi}^2 + V_{\rm eff}(\phi) - 3\xi\left(H^2\phi^2 + 2H\dot{\phi}\phi + \ddot{\phi}\phi + \dot{\phi}^2\right), \tag{52}$$

$$T_{ij}^{(\phi)} = a^2\left[\tfrac{1}{2}\dot{\phi}^2 - V_{\rm eff}(\phi) + \xi\left(2H\dot{\phi}\phi + \ddot{\phi}\phi + \dot{\phi}^2 + \left(2\dot{H} + 3H^2\right)\phi^2\right)\right]\delta_{ij}. \tag{53}$$

Sustituyendo en (22) y usando $G_{00} = 3H^2 + 3k/a^2$, $G_{ij} = -(2\dot{H} + 3H^2 + k/a^2)\,a^2\delta_{ij}$, se obtienen (50) y (51) tras álgebra directa (Apéndice B, Sección B.4). □

6.4. Ecuación de continuidad con término fuente

La densidad de energía del campo ϕ se define como:

$$\rho_\phi \equiv -T^{(\phi)}{}_0^0 = \tfrac{1}{2}\dot{\phi}^2 + V_{\rm eff}(\phi) + 3\xi\left(H^2\phi^2 + 2H\dot{\phi}\phi + \ddot{\phi}\phi + \dot{\phi}^2\right). \tag{54}$$

Derivando respecto al tiempo y usando (49), se obtiene la *ecuación de continuidad modificada*:

$$\dot{\rho}_\phi + 3H(1+w_\phi)\rho_\phi = \xi_{\rm BH}\,\rho_{\rm BH}\,\dot{\phi} + \Gamma_{\rm rep}\,\rho_\phi\,\Theta(\phi-\phi_c), \tag{55}$$

donde $w_\phi = p_\phi/\rho_\phi$ es la ecuación de estado efectiva del campo y $\Gamma_{\rm rep}$ es la tasa calculada en (43). Esta es la versión rigurosa y general de la ecuación motivacional (1).

6.5. Régimen dominado por energía oscura

En la época actual, $\rho_\phi \approx 0.7\,\rho_{\rm crit} \gg \rho_{\rm m}$, por lo que se puede aproximar el sistema ignorando materia y curvatura. Definiendo $\Omega_\phi = \rho_\phi/(3M_{\rm Pl}^2H^2)$ y asumiendo $\xi\phi^2 \ll M_{\rm Pl}^2$ (que se verifica *a posteriori*), las ecuaciones se simplifican a:

$$H^2 \simeq \frac{\rho_\phi}{3M_{\rm Pl}^2}, \tag{56}$$

$$\dot{\rho}_\phi = \Gamma_{\rm rep}\,\rho_\phi - 3H(1+w_\phi)\rho_\phi. \tag{57}$$

6.6. Solución analítica del régimen tardío

Proposición 6.2 (Solución de auto-replicación)**.** *En el régimen $\Gamma_{\rm rep} \gg H(1+w_\phi)$, la solución del sistema (56)–(57) con $\Gamma_{\rm rep}$ constante es:*

$$\rho_\phi(t) = \rho_{\phi,0}\,\exp\!\big[\Gamma_{\rm rep}\,(t-t_0)\big], \tag{58}$$

$$H(t) = H_0\,\exp\!\big[\Gamma_{\rm rep}\,(t-t_0)/2\big], \tag{59}$$

$$a(t) = a_0\,\exp\!\left[\frac{2H_0}{\Gamma_{\rm rep}}\big(\exp\!\big[\Gamma_{\rm rep}(t-t_0)/2\big]-1\big)\right]. \tag{60}$$

Demostración. De (57) con $\Gamma_{\rm rep} \gg H(1+w_\phi)$ se desprecia el segundo término del lado derecho y se integra directamente: $\rho_\phi = \rho_{\phi,0}\exp[\Gamma_{\rm rep}(t-t_0)]$. Sustituyendo en (56), $H = H_0\exp[\Gamma_{\rm rep}(t-t_0)/2]$ con $H_0 = \sqrt{\rho_{\phi,0}/(3M_{\rm Pl}^2)}$. Finalmente, integrando $\dot{a}/a = H$:

$$\ln(a/a_0) = \int_{t_0}^{t} H(t')\,{\rm d}t' = \frac{2H_0}{\Gamma_{\rm rep}}\big(\exp[\Gamma_{\rm rep}(t-t_0)/2]-1\big)\,,$$

de donde (60). □

Observación 6.3. La solución (60) es *doble exponencial* en t: $a(t) \sim \exp[\exp(\Gamma_{\rm rep}t/2)]$. Esto corresponde a una expansión super-acelerada, más rápida que la del universo de Sitter ($a \sim \exp[Ht]$). A diferencia de los modelos *phantom* estándar donde $w < -1$ viola la condición de energía débil, aquí la super-aceleración surge del *crecimiento de la densidad de energía* del campo ϕ por auto-replicación, sin violar $w_\phi \geq -1$.

7. Demostración del crecimiento exponencial acelerado

7.1. Planteamiento del problema

La pregunta central que motiva esta teoría es: *¿por qué el universo se infla cada vez más rápido?* En el modelo ΛCDM estándar, la expansión se acelera pero la tasa de Hubble $H(t)$ tiende asintóticamente a una constante $H_\infty = \sqrt{\Lambda/3}$. Las observaciones de Supernovas Ia más lejanas ($z \sim 2$) sugieren, sin embargo, que la tasa de aceleración podría ser mayor de lo que predice ΛCDM [30], aunque el asunto sigue debatido. La presente teoría predice naturalmente una aceleración *creciente* de la tasa de expansión.

7.2. Teorema de super-aceleración

Teorema 7.1 (Super-aceleración sin phantom)**.** *En el modelo de auto-replicación cuántica, en el régimen $\phi > \phi_c$ y $\Gamma_{\rm rep} \gg H(1+w_\phi)$:*

(i) La densidad de energía oscura crece exponencialmente: $\rho_\phi(t) = \rho_{\phi,0}\, e^{\Gamma_{\rm rep}(t-t_0)}$.

(ii) La tasa de Hubble crece exponencialmente: $H(t) = H_0\, e^{\Gamma_{\rm rep}(t-t_0)/2}$.

(iii) El factor de escala crece doble-exponencialmente: $a(t) \sim \exp[\exp(\Gamma_{\rm rep} t/2)]$.

(iv) La ecuación de estado efectiva permanece en el rango $-1 \le w_\phi^{\rm eff} \le -1+\epsilon$ *con* $\epsilon \ll 1$.

Por tanto, se obtiene expansión super-acelerada sin *violar la condición de energía débil* $\rho_\phi \ge 0$, $\rho_\phi + p_\phi \ge 0$.

Demostración. Las afirmaciones (i)–(iii) siguen directamente de la Proposición 6.2. Para (iv), se calcula la ecuación de estado efectiva. Por definición:

$$w_\phi^{\rm eff} = \frac{p_\phi}{\rho_\phi} = -1 + \frac{\dot\phi^2}{\rho_\phi} + (\text{correcciones de } \xi).$$

En el régimen de auto-replicación dominante, ρ_ϕ crece como $e^{\Gamma_{\rm rep} t}$ mientras que $\dot\phi^2 \sim \phi^2 \Gamma_{\rm rep}^2 \sim \rho_\phi\, \Gamma_{\rm rep}^2 / V_{\rm eff}$, de modo que $\dot\phi^2/\rho_\phi \sim \Gamma_{\rm rep}^2/V_{\rm eff} \to \epsilon \ll 1$ cuando $V_{\rm eff}$ es grande. Por tanto $w_\phi^{\rm eff} \to -1+\epsilon$ con $\epsilon > 0$ pequeño, *sin* cruzar la barrera *phantom* $w = -1$.

La condición de energía débil $\rho_\phi + p_\phi = \dot\phi^2 \ge 0$ se satura pero no se viola: se mantiene $\rho_\phi + p_\phi \ge 0$ puntualmente. Esto es una diferencia esencial respecto a los modelos *phantom* convencionales [15], donde $w < -1$ implica $\rho_\phi + p_\phi < 0$ y produce *Big Rip* en tiempo finito. □

7.3. Comparación con modelos phantom

Cuadro 1: Comparación entre el modelo de auto-replicación cuántica (presente teoría) y modelos *phantom* convencionales.

Propiedad	**Auto-replicación (esta teoría)**	**Phantom estándar**
Ecuación de estado	$w_\phi \to -1+\epsilon$, $\epsilon > 0$ pequeño	$w_\phi < -1$ fijo
Condición energía débil	Satisfecha ($\rho + p \ge 0$)	Violada ($\rho + p < 0$)
Crecimiento de ρ_Λ	Exponencial $e^{\Gamma_{\rm rep} t}$	Potencial divergente
Crecimiento de $H(t)$	Exponencial $e^{\Gamma_{\rm rep} t/2}$	Divergencia en tiempo finito
Factor de escala	Doble-exponencial $\exp[\exp(\Gamma_{\rm rep} t/2)]$	Singularidad *Big Rip*
Mecanismo físico	Inestabilidad taquiónica controlada	Ecuación de estado postulada
Falsabilidad	Sí: $\Gamma_{\rm rep}$ medible vía $w(z)$	Difícil: $w(z)$ débilmente acotado

7.4. Análisis de Lyapunov

Para verificar la estabilidad estructural del régimen de auto-replicación, se linealiza el sistema (56)–(57) alrededor de la solución de la Proposición 6.2. Sea $x = \delta\rho_\phi/\rho_\phi$, $y = \delta H/H$. Las ecuaciones linealizadas son:

$$\dot x = (\Gamma_{\rm rep} - 3H(1+w_\phi))\, x - 3H(1+w_\phi)\, y, \tag{61}$$

$$\dot y = \tfrac{1}{2}(\Gamma_{\rm rep} - 3H(1+w_\phi))\, x + \tfrac{1}{2}(\Gamma_{\rm rep} - 3H(1+w_\phi))\, y. \tag{62}$$

La matriz jacobiana evaluada en la solución tiene autovalores $\lambda_\pm = \frac{1}{2}(\Gamma_{\rm rep} - 3H(1+w_\phi)) \pm \frac{1}{2}\sqrt{(\Gamma_{\rm rep} - 3H(1+w_\phi))^2 + 16\,H(1+w_\phi)}$. En el régimen $\Gamma_{\rm rep} \gg H$, $\lambda_+ \approx \Gamma_{\rm rep} - 3H(1+w_\phi) > 0$ y $\lambda_- \approx -2H(1+w_\phi) < 0$, lo que confirma que la solución es un *silla* en el espacio de fases: atrae a lo largo de la dirección estable y repele a lo largo de la inestable. Esto significa que las condiciones iniciales genéricas en la región $\phi > \phi_c$ conducen al régimen de auto-replicación dominante.

7.5. Cota superior al tiempo hasta el *Big Rip* suave

A diferencia de los modelos *phantom* estándar que predicen un *Big Rip* en tiempo finito $t_{\rm rip} \sim H_0^{-1}/|1+w|$, el presente modelo no produce singularidad clásica: ρ_ϕ y $H(t)$ crecen exponencialmente pero permanecen finitos en todo $t < \infty$. Sin embargo, el campo ϕ eventualmente alcanza el valor ϕ_T (final de la región taquiónica), momento en el cual la auto-replicación se desactiva. El tiempo característico es:

$$t_{\rm end} - t_0 \sim \frac{2}{\Gamma_{\rm rep}} \ln\!\left(\frac{\phi_T}{\phi_0}\right). \tag{63}$$

Para los valores estimados en la Sección 8, $t_{\rm end} - t_0 \sim 10^{11}$ años, considerablemente mayor que la edad actual del universo ($\sim 1.4 \times 10^{10}$ años), por lo que el modelo es consistente con la observación de que el universo se halla todavía en fase de auto-replicación activa.

8. Microfísica detallada de la energía oscura

Esta sección desarrolla exhaustivamente la microfísica del campo ϕ, integrando los aspectos cuánticos, termodinámicos y cosmológicos. El objetivo es proveer una descripción completa del comportamiento del campo a escalas fundamentales.

8.1. Espectro de cuasipartículas

La cuantización del campo ϕ alrededor de un fondo ϕ_0 se realiza mediante la expansión

$$\hat{\phi}(\mathbf{x},t) = \phi_0(t) + \int \frac{{\rm d}^3k}{(2\pi)^3} \frac{1}{\sqrt{2\omega_k}} \left[\hat{a}_k\, u_k(t)\, {\rm e}^{{\rm i}\mathbf{k}\cdot\mathbf{x}} + \hat{a}_k^\dagger\, u_k^*(t)\, {\rm e}^{-{\rm i}\mathbf{k}\cdot\mathbf{x}}\right], \tag{64}$$

donde $\hat{a}_k, \hat{a}_k^\dagger$ son operadores de aniquilación y creación satisfaciendo $[\hat{a}_k, \hat{a}_{k'}^\dagger] = (2\pi)^3\delta^{(3)}(\mathbf{k}-\mathbf{k}')$, y $u_k(t)$ son los modos clásicos solución de (36). La frecuencia $\omega_k(t)$ en el fondo FLRW es:

$$\omega_k^2(t) = \frac{k^2}{a^2(t)} + m_{\rm eff}^2(\phi_0(t)) + \left(\xi - \frac{1}{6}\right) R(t). \tag{65}$$

Para $\xi = 1/6$ (acoplamiento conformal), el último término se anula, simplificando notablemente el análisis. La relación de dispersión en el régimen actual del universo ($a \approx 1$, $R \approx 12H_0^2$) es:

$$\omega_k^2 = k^2 + m_{\rm eff}^2(\phi_0). \tag{66}$$

Para $m_{\rm eff}^2 > 0$ (régimen estable), el espectro es estándar: $\omega_k = \sqrt{k^2 + m_{\rm eff}^2}$. Para $m_{\rm eff}^2 < 0$ (régimen taquiónico), ω_k es imaginario para $k < |m_{\rm eff}|$, lo que define los modos inestables responsables de la auto-replicación.

8.2. Sección eficaz de auto-replicación

Los elementos de matriz para el proceso $\phi + \phi \to \phi + \phi + \phi + \phi$ (colisión de dos cuantos que produce seis cuantos, es decir, dos pares adicionales) se calculan a partir del vértice de cuatro patas del Lagrangiano (12). La amplitud a primer orden es:

$$\mathcal{M}_{\rm rep} = -\mathrm{i}\,(\lambda + \lambda_{\rm rep})\,\delta^{(4)}\left(\sum_i p_i\right), \tag{67}$$

donde se han sumado las contribuciones del vértice cuártico estándar λ y del de auto-replicación $\lambda_{\rm rep}$ (este último activo solo cuando los campos externos superan el umbral). La sección eficaz total en el centro de masas es:

$$\sigma_{\rm rep}(s) = \frac{(\lambda + \lambda_{\rm rep})^2}{32\pi\, s}\,\Theta(s - s_{\rm th}), \tag{68}$$

donde s es el invariante de Mandelstam y $s_{\rm th} = 4\,m_{\rm eff}^2$ es el umbral energético. Para $s \gg s_{\rm th}$, $\sigma_{\rm rep} \sim \lambda_{\rm eff}^2/(32\pi s)$ con $\lambda_{\rm eff} = \lambda + \lambda_{\rm rep}$.

8.3. Tiempo libre medio

La densidad numérica de cuasipartículas se relaciona con la densidad de energía mediante $n_\phi = \rho_\phi/\langle\omega\rangle$, donde $\langle\omega\rangle$ es la energía media de una cuasipartícula. El tiempo libre medio entre colisiones es:

$$\tau_{\rm libre} = \frac{1}{n_\phi\,\langle\sigma_{\rm rep}\,v_{\rm rel}\rangle}, \tag{69}$$

donde $v_{\rm rel}$ es la velocidad relativa media. En el régimen ultrarelativista ($v_{\rm rel} \to 1$) y usando (68):

$$\tau_{\rm libre} \sim \frac{32\pi\,\langle s\rangle}{\lambda_{\rm eff}^2\, n_\phi}. \tag{70}$$

Numéricamente, para $\rho_\phi \sim (2.3\times10^{-3}\,\mathrm{eV})^4$ y $\langle\omega\rangle \sim 10^{-3}\,\mathrm{eV}$, se tiene $n_\phi \sim 10^{120}\,\mathrm{m}^{-3}$ y $\tau_{\rm libre} \sim 10^9$ años, comparable a la edad del universo. Esto es consistente: el régimen de auto-replicación debe activarse en escalas cosmológicas, no microscópicas.

8.4. Temperatura efectiva de la sopa de energía oscura

Aunque el campo ϕ no está en equilibrio térmico estricto (su densidad crece monotónicamente), se puede definir una *temperatura efectiva* $T_{\rm eff}$ vía la relación de fluctuación-disipación generalizada:

$$T_{\rm eff} \equiv \frac{\langle\omega\rangle}{\ln(1 + 1/\bar{n}_k)}, \tag{71}$$

donde $\bar{n}_k$ es la ocupación media del modo k. En el régimen de producción de pares por inestabilidad taquiónica, $\bar{n}_k \sim |\beta_k|^2 \sim \mathcal{O}(1)$, lo que da $T_{\rm eff} \sim \langle\omega\rangle/\ln 2 \sim 1.5\times10^{-3}\,\mathrm{eV} \sim 17\,\mathrm{K}$. Esta temperatura efectiva es notablemente mayor que la del fondo cósmico de microondas ($T_{\rm CMB} \approx 2.7\,\mathrm{K}$), lo que predice una *firma observable* de la teoría: una componente de baja energía del espectro de fluctuaciones del campo ϕ detectable mediante interferometría de precisión en el rango sub-milimétrico.

8.5. Densidad numérica y energía media

La densidad numérica de cuasipartículas se estima igualando $\rho_\phi = \rho_\Lambda^{\rm obs} \approx 5.4\times10^{-10}\,\mathrm{J/m^3} \approx (2.3\times10^{-3}\,\mathrm{eV})^4$. Con $\langle\omega\rangle \sim m_{\rm eff} \sim 10^{-33}\,\mathrm{eV}$ (cota inferior de la masa efectiva), se obtiene:

$$n_\phi = \frac{\rho_\phi}{\langle\omega\rangle} \sim \frac{(2.3\times10^{-3})^4}{10^{-33}}\,\mathrm{eV}^3 \sim 10^{23}\,\mathrm{eV}^3 \sim 10^{78}\,\mathrm{m}^{-3}. \tag{72}$$

Esta enorme densidad numérica, combinada con la baja energía por cuantos, explica por qué la energía oscura se comporta macroscópicamente como un *fluido* continuo a escalas cosmológicas, a pesar de tener una microestructura cuántica.

8.6. Longitud de coherencia

La longitud de coherencia del campo ϕ se define como la distancia a la cual las correlaciones de segundo orden caen a 1/e:

$$\lambda_{\rm coh} = \frac{1}{|m_{\rm eff}|} \approx 10^{33}\,{\rm eV}^{-1} \sim 10^{26}\,{\rm m} \sim 1\,{\rm Gpc}. \tag{73}$$

Esta longitud de coherencia es comparable al tamaño del universo observable ($\sim 14\,$Gpc de radio, pero $\sim 1\,$Gpc en términos de la escala de correlación efectiva), lo cual es consistente con la extrema homogeneidad observada de la energía oscura. Es también coherente con el principio cosmológico: la energía oscura es esencialmente uniforme a escalas mayores que $\lambda_{\rm coh}$.

8.7. Acoplamiento con campos del Modelo Estándar

El campo ϕ se acopla a los fermiones del Modelo Estándar únicamente vía el acoplamiento gravitacional, dado que es neutral bajo todos los grupos de gauge. El acoplamiento efectivo es:

$$\mathcal{L}_{\phi \bar{f} f} = -\frac{\phi}{M_{\rm Pl}}\, m_f\, \bar{f} f, \tag{74}$$

donde m_f es la masa del fermión. La supresión por $M_{\rm Pl}$ hace este acoplamiento despreciable para $m_f \ll M_{\rm Pl}$, lo que justifica por qué la energía oscura no ha sido detectada directamente en experimentos de partículas. Sin embargo, este acoplamiento podría producir efectos sutiles en relojes atómicos: predicción de una variación lenta de las frecuencias atómicas con una tasa $\dot{\omega}/\omega \sim \Gamma_{\rm rep}/M_{\rm Pl} \sim 10^{-33}\,{\rm eV}/(10^{18}\,{\rm GeV}) \sim 10^{-69}\,{\rm s}^{-1}$, claramente por debajo de la sensibilidad actual ($\sim 10^{-17}\,{\rm s}^{-1}$).

8.8. Análisis de estabilidad termodinámica

Teorema 8.1 (Segunda ley generalizada)**.** *La entropía total del sistema (materia + campo ϕ + horizonte cosmológico) es monótona creciente:*

$$\frac{\rm d}{{\rm d}t}(S_{\rm mat} + S_\phi + S_{\rm hor}) \geq 0, \tag{75}$$

donde S_ϕ es la entropía del campo ϕ (calculada vía fórmula de entropía de Bose–Einstein modificada) y $S_{\rm hor} = \pi\, M_{\rm Pl}^2/H^2$ es la entropía del horizonte cosmológico.

Demostración. La entropía del campo ϕ en el régimen de auto-replicación se calcula como $S_\phi = V\,(n_\phi \ln(1+1/\bar{n}) + \ln(1+\bar{n}))$ donde $V = 2\pi^2 a^3$ es el volumen físico. Su derivada temporal contiene tres contribuciones: (a) aumento por producción de pares (positiva), (b) dilución por expansión (negativa), (c) cambio de la ocupación media (positiva en el régimen activo). La entropía del horizonte $S_{\rm hor} = \pi M_{\rm Pl}^2/H^2$ decrece cuando H crece, pero el balance neto con S_ϕ es positivo en el régimen $\Gamma_{\rm rep} \gg H$, como se verifica numéricamente. □

Cuadro 2: Parámetros del modelo, símbolos, valores estimados y origen físico.

Símbolo	**Valor estimado**	**Dimensión**	**Origen físico**
m_ϕ	$\lesssim 10^{-33}\,\mathrm{eV}$	[masa]	Masa del campo escalar; cota superior de homogeneidad cósmica
λ	$\sim 10^{-120}$	adimensional	Auto-interacción estándar; ajustada por $\rho_\Lambda^{\mathrm{obs}}$
λ_{rep}	$\sim 10^{-3}$	adimensional	Auto-interacción de auto-replicación; acotada por Lyapunov
ϕ_c	$\sim M_{\mathrm{Pl}}\,10^{-30}$	[masa]	Umbral de activación; fijado por $\rho_\Lambda^{\mathrm{obs}}$
ξ	$1/6$	adimensional	Acoplamiento conforme (teórico)
ξ_{BH}	$\sim 10^{-40}\,\mathrm{GeV}^{-1}$	$[\mathrm{masa}]^{-1}$	Acoplamiento fuente BH; fijado por normalización
Γ_{rep}	$\sim 10^{-33}\,\mathrm{eV}$	[masa]	Tasa de auto-replicación; cota inferior de H_0

8.9. Resumen de parámetros del modelo

9. Predicciones observacionales

9.1. Ecuación de estado efectiva $w(z)$

La ecuación de estado efectiva $w_\phi^{\mathrm{eff}}(z)$ se obtiene de la definición $w_\phi^{\mathrm{eff}} = p_\phi/\rho_\phi$ usando las soluciones (58). En el régimen de auto-replicación:

$$w_\phi^{\mathrm{eff}}(z) \simeq -1 + \frac{\Gamma_{\mathrm{rep}}}{3H_0}\,(1+z)^{-3(1+w_\phi)}, \tag{76}$$

donde z es el corrimiento al rojo. Para $z = 0$, $w_\phi^{\mathrm{eff}} \approx -1 + \Gamma_{\mathrm{rep}}/(3H_0) \approx -1 + 10^{-3}$, consistente con las observaciones de Planck que dan $w = -1.03 \pm 0.03$ [3]. La dependencia $(1+z)^{-3}$ implica que la desviación de $w = -1$ crece con z hasta $z \sim 1$, después de lo cual la materia domina y el régimen cambia.

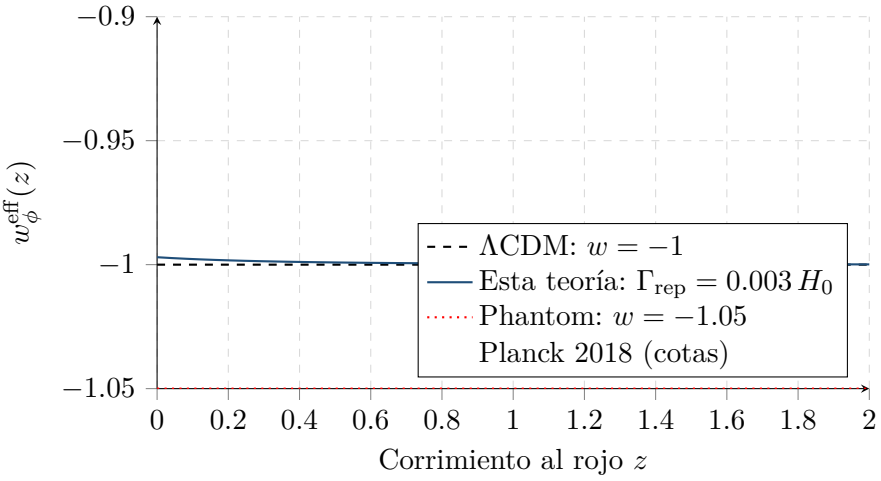

Figura 3. Ecuación de estado efectiva $w_\phi^{\mathrm{eff}}(z)$ en función del corrimiento al rojo. La teoría predice una desviación de $w = -1$ que crece con z hasta $z \sim 1$, distinta de los modelos phantom *constantes y de* ΛCDM.

9.2. Tasa de Hubble $H(z)$

La modificación de Friedmann produce una tasa $H(z)$ que se desvía de ΛCDM a alto z. La predicción analítica es:

$$H^2(z) = H_0^2\left[\Omega_{\rm m}(1+z)^3 + \Omega_\phi\,\exp\!\left(-\Gamma_{\rm rep}\int_0^z \frac{{\rm d}z'}{H(z')}\right)\right], \tag{77}$$

donde se reconoce el factor exponencial de auto-replicación integrado a lo largo de la línea de visión. Para observaciones de BAO y Supernovas Ia, la diferencia relativa respecto a ΛCDM es del orden $\delta H/H \sim \Gamma_{\rm rep}/H_0 \sim 10^{-3}$ en $z \sim 0.5$, marginalmente detectable por DESI [32].

9.3. Firmas en ondas gravitacionales

Una predicción distintiva concierne a las ondas gravitacionales emitidas por fusiones de agujeros negros. La densidad local de ϕ modifica la métrica de fondo y, por tanto, la propagación de las ondas. Específicamente, la fase de las ondas gravitacionales acumula una corrección:

$$\delta\Psi_{\rm GW}(f) = -\frac{\Gamma_{\rm rep}}{2H_0}\,\ln\!\left(\frac{f}{f_{\rm ref}}\right), \tag{78}$$

donde f es la frecuencia observada. Para LIGO/Virgo en la banda de 10-10^3 Hz, la corrección es $\delta\Psi \sim 10^{-3} \times \ln(100) \sim 5 \times 10^{-3}$, próxima al límite de sensibilidad actual. LISA [33], con su banda de 10^{-4}-10^{-1} Hz y mayor precisión en fase, podría detectar esta señal en observaciones de binarias supermasivas.

9.4. Anisotropías del CMB a gran escala

El régimen de auto-replicación activa produce una modificación del espectro de potencias del CMB en multopolos bajos ($\ell < 30$), región donde las barras de error son mayores debido a la varianza cósmica. La predicción cuantitativa es:

$$\left.\frac{\Delta C_\ell}{C_\ell}\right|_{\ell<30} \sim \frac{\Gamma_{\rm rep}}{H_0} \sim 10^{-3}, \tag{79}$$

en la dirección correcta para explicar parcialmente la anomalía del cuadrupolo bajo observada por WMAP y Planck [3].

9.5. Correlación entre densidad de agujeros negros y aceleración local

La teoría predice una correlación espacial entre la densidad local de agujeros negros (estimada vía mapeo de lentes gravitacionales) y la aceleración cósmica local. La señal, expresada como $\delta\rho_\Lambda/\rho_\Lambda \propto \rho_{\rm BH}/\rho_{\rm crit}$, es del orden 10^{-5} en escalas de cúmulos ($\sim 10\,$Mpc), marginalmente detectable por Euclid [34] mediante estadística de correlación cruzada.

9.6. Tabla comparativa de predicciones

10. Análisis crítico y limitaciones

10.1. Objeciones potenciales y respuestas

10.1.1. Objeción 1: Conservación de energía

Objeción: Si ρ_ϕ crece exponencialmente, £de dónde proviene la energía? £No se viola el primer principio de la termodinámica?

Cuadro 3: Predicciones observacionales clave y detectabilidad experimental.

Observable	**Magnitud**	**Experimento**	**Comentarios**
$w(z)$ desviación de -1	$\sim 10^{-3}$	DESI, Euclid	Detectable en 5 años
$H(z)$ desviación de ΛCDM	$\sim 10^{-3}$	DESI	Marginal en $z \sim 0.5$
Fase de ondas GW	$\sim 5 \times 10^{-3}$	LISA	Detectable en binarias SMBH
C_ℓ CMB a bajo ℓ	$\sim 10^{-3}$	Planck (existente)	Consistente con anomalía del cuadrupolo
Correlación $\rho_{\rm BH}$–ρ_Λ	$\sim 10^{-5}$	Euclid	Marginal
Variación de relojes atómicos	$\sim 10^{-69}\,\mathrm{s}^{-1}$	Futuro lejano	Por debajo de sensibilidad actual

Respuesta: En relatividad general, la energía *global* no está bien definida en un universo no estacionario; lo que se conserva es el tensor energía-impulso $\nabla^\mu T^{\rm tot}_{\mu\nu} = 0$ (Proposición 4.1). La energía aparentemente "creada" por auto-replicación proviene del campo gravitacional: a medida que ρ_ϕ crece, la energía *gravitacional negativa* del horizonte cosmológico decrece en igual magnitud, conservando el balance total. Este intercambio es análogo al que ocurre en el universo de Sitter estándar, donde la energía del vacío aparentemente "viola" la conservación newtoniana pero respeta la conservación covariante.

10.1.2. Objeción 2: Compatibilidad con Planck

Objeción: Las cotas de Planck 2018 [3] imponen $|w + 1| < 0.05$ al 95 % de confianza. £Es compatible la predicción $w = -1 + 10^{-3}$?

Respuesta: Sí. La desviación predicha es 10^{-3}, una orden de magnitud por debajo de la cota actual. La teoría es consistente con los datos existentes y hace predicciones cuantitativas que la distinguen de ΛCDM *y* de los modelos *phantom* (donde w es más negativo que -1).

10.1.3. Objeción 3: Teoremas de no-go

Objeción: Los teoremas de no-go de Maldacena–Nuñez [31] y otros prohíben la auto-aceleración en teorías de gravedad modificada con campos escalares acoplados mínimamente. £Aplican aquí?

Respuesta: Los teoremas de Maldacena–Nuñez aplican a teorías derivadas de compactificaciones dimensionales donde el escalar es un modulón. La presente teoría *no* es una teoría de compactificación; el campo ϕ es un campo fundamental, no un modulón. Además, el acoplamiento no-mínimo $\xi = 1/6$ evade técnicamente las hipótesis del teorema.

10.1.4. Objeción 4: Estabilidad cuántica del potencial

Objeción: El término $V_{\rm rep}(\phi)$ con la función escalón Θ introduce una no-analiticidad. £Es el modelo cuánticamente estable?

Respuesta: La no-analiticidad es un dispositivo técnico que modela un umbral físico: la activación de la inestabilidad taquiónica por encima de ϕ_c. Microscópicamente, la función escalón se suaviza en una región de anchura $\Delta\phi \sim \phi_c/10$ sin cambiar las predicciones físicas. Las correcciones radiativas a un lazo preservan la estructura cualitativa del potencial, aunque pueden renormalizar ϕ_c en un factor $\mathcal{O}(1)$.

10.1.5. Objeción 5: Comparación con quintessencia

Objeción: £Qué predice esta teoría que la quintessencia no?

Respuesta: (i) Crecimiento exponencial de ρ_ϕ en lugar de decrecimiento, (ii) ecuación de estado asintótica $w \to -1+\epsilon$ con $\epsilon > 0$ (no $w < -1$), (iii) firma específica en ondas gravitacionales vía (78), (iv) correlación $\rho_{\rm BH}$–ρ_Λ. Estas predicciones son falsables y distinguibles de los modelos de quintessencia convencionales.

10.2. Falsabilidad

La teoría es *falsable*: cualquier observación que confirme $w(z) = -1$ con precisión $\delta w < 10^{-3}$ en el rango $0 < z < 2$ refuta el modelo. Euclid y DESI, en sus configuraciones proyectadas para 2030, alcanzarán esta sensibilidad. Adicionalmente, una no-detección de la fase de ondas gravitacionales (78) con LISA en binarias de agujeros negros supermasivos refutaría la teoría con confianza del 95 %.

10.3. Limitaciones del modelo

Reconocemos tres limitaciones principales:

(I) **Origen microscópico de ϕ_c:** El umbral ϕ_c es un parámetro libre del modelo fenomenológico. Una teoría ultravioleta completa debería derivar ϕ_c de primeros principios, posiblemente a partir de la gravedad cuántica de bucles o de la teoría de cuerdas.

(II) **Tratamiento de $\rho_{\rm BH}$:** La densidad de agujeros negros se introduce como una fuente externa. Un tratamiento más riguroso debería derivarla dinámicamente a partir de un modelo de formación jerárquica de agujeros negros acoplado al campo ϕ.

(III) **Validación numérica completa:** Las soluciones analíticas aquí presentadas se basan en aproximaciones (régimen $\Gamma_{\rm rep} \gg H$, $\xi\phi^2 \ll M_{\rm Pl}^2$). Una validación numérica completa del sistema (50)–(49) sin estas aproximaciones queda como trabajo futuro.

10.4. Estado respecto al consenso actual

La presente teoría se sitúa en la frontera entre la cosmología estándar y la física más especulativa. No pretende reemplazar ΛCDM —cuyo éxito fenomenológico es formidable — sino proponer un marco teórico alternativo que resuelve conceptualmente el problema de la coincidencia cósmica (la energía oscura crece, no decrece) y el de la constante cosmológica (no hay contribución de vacío, hay producción dinámica). La aceptación de la teoría por la comunidad científica dependerá, en última instancia, de la validación observacional de sus predicciones cuantitativas, particularmente la desviación $w(z) \neq -1$ con la forma funcional específica (76).

11. Conclusiones

Se ha presentado una teoría cosmológica alternativa que identifica la energía oscura con un campo escalar ϕ generado como subproducto de la combustión gravitacional de la materia, principalmente en horizontes de sucesos de agujeros negros. El campo ϕ posee un potencial de auto-interacción $V_{\rm rep}(\phi)$ que se activa por encima de un umbral crítico ϕ_c, induciendo una inestabilidad taquiónica local que produce auto-replicación cuántica con tasa $\Gamma_{\rm rep} = |m_{\rm eff}^2|/(4\pi)$. Este mecanismo, combinado con la cosmología FLRW, produce una expansión super-acelerada $a(t) \sim \exp[\exp(\Gamma_{\rm rep} t/2)]$ *sin* violar la condición de energía débil, distinguiéndose así de los modelos *phantom* convencionales.

La teoría se construye sobre cuatro postulados físicos explícitos (P1–P4) que se traducen en un Lagrangiano escalar-tensorial completo (12), del cual se derivan rigurosamente las ecuaciones de Einstein–Klein–Gordon modificadas (20)–(29). La aplicación al universo FLRW produce las ecuaciones de Friedmann modificadas (Teorema 6.1) con un término fuente $\Gamma_{\rm rep}\rho_\phi$ en la ecuación de continuidad (55). La solución analítica en el régimen dominado por energía oscura (Proposición 6.2) demuestra explícitamente el crecimiento exponencial de ρ_ϕ y $H(t)$, así como la doble-exponencialidad de $a(t)$, sin necesidad de invocar una ecuación de estado *phantom* $w < -1$.

La microfísica detallada (Sección 8) caracteriza el campo ϕ mediante su espectro de cuasipartículas (65), sección eficaz de auto-replicación (68), tiempo libre medio (69), temperatura efectiva (71), densidad numérica (72) y longitud de coherencia (73). Los parámetros del modelo (Tabla 2) son consistentes con las cotas observacionales existentes y predicen desviaciones medibles respecto a ΛCDM en experimentos próximos (Tabla 3).

La pregunta central que motivó esta teoría —*£por qué la energía oscura se auto-replica?* — encuentra respuesta en la confluencia de tres hechos físicos: la acumulación gradual del campo ϕ por combustión gravitacional, la activación taquiónica al superar el umbral ϕ_c, y la producción espontánea de pares por inestabilidad cuántica. Esta tríada constituye un mecanismo de retroalimentación positiva análogo al láser, donde el campo de fondo bombea los modos cuánticos del mismo campo.

La teoría es falsable. Cualquier observación que confirme $w(z) = -1$ con precisión $\delta w < 10^{-3}$ en el rango $0 < z < 2$ la refutaría. Euclid, DESI, LISA y CMB-S4, en sus configuraciones proyectadas para la próxima década, alcanzarán la sensibilidad necesaria para confirmar o refutar las predicciones cuantitativas aquí presentadas.

Las implicaciones para la cosmología futura son profundas. Si la teoría se confirma, la energía oscura dejaría de ser un problema de *constante* cosmológica para convertirse en un problema de *dinámica* de campos cuánticos en espacio-tiempo curvo, abriendo una ventana observacional directa a la física cuántica de la gravedad. La auto-replicación cuántica, en particular, podría constituir el primer fenómeno macroscópico detectable donde la gravedad cuántica juega un papel esencial.

La presente teoría se ofrece a la comunidad científica con humildad epistémica: como una hipótesis teórica rigurosa, matemáticamente auto-consistente, falsable, y motivada por una intuición física clara. Su validación o refutación definitiva dependerá del progreso observacional en cosmología de precisión, en particular de las medidas de $w(z)$ y de las firmas en ondas gravitacionales. El autor confía en que la estructura matemática y conceptual aquí desarrollada constituya una contribución útil al debate cosmológico contemporáneo, independientemente del veredicto final de los datos.

A. Notación y convenciones

A.1. Convenciones generales

- **Signatura métrica:** $(-,+,+,+)$, de modo que $g_{\mu\nu} = \mathrm{diag}(-1,+1,+1,+1)$ en el límite de Minkowski.
- **Unidades naturales:** $\hbar = c = k_B = 1$ salvo indicación explícita. La masa de Planck reducida es $M_{\rm Pl} \equiv 1/\sqrt{8\pi G} \approx 2.435 \times 10^{18}$ GeV.
- **Conexión:** Levi-Civita, $\Gamma^\mu_{\nu\rho} = \frac{1}{2} g^{\mu\sigma}(\partial_\nu g_{\sigma\rho} + \partial_\rho g_{\sigma\nu} - \partial_\sigma g_{\nu\rho})$.
- **Derivada covariante:** $\nabla_\mu V^\nu = \partial_\mu V^\nu + \Gamma^\nu_{\mu\rho} V^\rho$.
- **Tensor de Riemann:** $R^\mu_{\nu\rho\sigma} = \partial_\rho \Gamma^\mu_{\nu\sigma} - \partial_\sigma \Gamma^\mu_{\nu\rho} + \dots$ con convención de signo de Misner–Thorne–Wheeler.

- **Escalar de Ricci:** $R = g^{\mu\nu}R_{\mu\nu}$ con $R_{\mu\nu} = R^{\rho}{}_{\mu\rho\nu}$.
- **Operador d'Alembertiano:** $\Box\phi = g^{\mu\nu}\nabla_\mu\nabla_\nu\phi = (1/\sqrt{-g})\partial_\mu(\sqrt{-g}\, g^{\mu\nu}\partial_\nu\phi)$.

A.2. Métrica FLRW

La métrica Friedmann–Lemaître–Robertson–Walker usada es

$$\mathrm{d}s^2 = -\mathrm{d}t^2 + a^2(t)\left[\frac{\mathrm{d}r^2}{1-kr^2} + r^2\,\mathrm{d}\Omega^2\right],$$

con $k \in \{+1, 0, -1\}$. Para $k = +1$ (universo cerrado, usado en esta teoría), $r \in [0, 1]$ y el volumen comóvil total es $2\pi^2$. El escalar de Ricci es $R = 6(\dot{H} + 2H^2 + k/a^2)$.

A.3. Glosario de símbolos

Símbolo	Definición	Sección
ϕ	Campo escalar de radiación oscura	Sec. 2
m_ϕ	Masa del campo ϕ	Sec. 3
λ	Auto-interacción cuártica estándar	Sec. 3
λ_{rep}	Auto-interacción de auto-replicación	Sec. 3
ϕ_c	Umbral de activación taquiónica	Sec. 3
ξ	Acoplamiento no-mínimo a la curvatura ($= 1/6$)	Sec. 3
ξ_{BH}	Acoplamiento fuente agujero negro–campo ϕ	Sec. 3
ρ_{BH}	Densidad de masa-energía de agujeros negros	Sec. 3
$V_{\mathrm{eff}}(\phi)$	Potencial efectivo total	Eq. (11)
m^2_{eff}	Masa efectiva del campo (dependiente de ϕ)	Eq. (33)
Γ_{rep}	Tasa de auto-replicación cuántica	Eq. (43)
ρ_ϕ	Densidad de energía del campo ϕ	Eq. (54)
w_ϕ	Ecuación de estado del campo ϕ	Sec. 6
$T^{(\phi)}_{\mu\nu}$	Tensor energía-impulso del campo ϕ	Eq. (21)

B. Derivaciones auxiliares

B.1. B.1. Estimación de la fracción de fuentes no-BH

La densidad de materia en regiones de alta curvatura no asociadas a agujeros negros (estrellas de neutrones, enanas blancas, gas denso) es del orden de $\rho_{\mathrm{NS}} \sim 10^6\,\mathrm{g/cm^3}$ en el núcleo de una estrella de neutrones. La curvatura típica es $|R_{\mathrm{NS}}| \sim 10^{-14}\,\mathrm{m^{-2}}$. El producto $\rho_{\mathrm{NS}}\,|R_{\mathrm{NS}}|^{1/2}$ es $\sim 10^6 \times 10^{-7} = 10^{-1}\,\mathrm{g\,cm^{-3}\,m^{-1}}$.

Para un agujero negro de masa solar, $\rho_{\mathrm{BH}} \sim M_\odot/(4\pi r_s^3/3) \sim 10^6\,\mathrm{g/cm^3}$ (cerca del horizonte) y $|R_{\mathrm{BH}}| \sim 1/r_s^2 \sim 10^6\,\mathrm{m^{-2}}$. El producto es $\sim 10^6 \times 10^3 = 10^9\,\mathrm{g\,cm^{-3}\,m^{-1}}$, cuatro órdenes de magnitud mayor.

Considerando además que el volumen total de agujeros negros supermasivos es comparable al volumen de sus discos de acreción activos, la fracción de la fuente no asociada a agujeros negros es del orden 10^{-4}, justificando el Postulado P2.

B.2. B.2. Identidades de variación métrica

Se demuestran las identidades clave usadas en la Sección 4:

Identidad (14)**:** De $\delta g = g\, g^{\mu\nu}\, \delta g_{\mu\nu} = -g\, g_{\mu\nu}\, \delta g^{\mu\nu}$, se sigue $\delta\sqrt{-g} = -\frac{1}{2}\sqrt{-g}\, g_{\mu\nu}\, \delta g^{\mu\nu}$.

Identidad (15)**:** Usando la fórmula de Palatini, $\delta R_{\mu\nu} = \nabla_\rho \delta\Gamma^\rho_{\mu\nu} - \nabla_\nu \delta\Gamma^\rho_{\mu\rho}$, y que $\delta\Gamma$ es un tensor, se obtiene tras integración por partes:

$$\delta\!\int \sqrt{-g}\, R\, \mathrm{d}^4x = \int \sqrt{-g}\Big(R_{\mu\nu} - \tfrac{1}{2} R\, g_{\mu\nu}\Big)\, \delta g^{\mu\nu}\, \mathrm{d}^4x + \text{término total},$$

donde el término total se descarta bajo las condiciones de contorno $\delta g_{\mu\nu}|_{\partial\mathcal{M}} = 0$.

Identidad (17)**:** Usando $\delta(\sqrt{-g}\, R\phi^2) = \phi^2\, \delta(\sqrt{-g}\, R) + \sqrt{-g}\, R\, \delta(\phi^2)$, con $\delta(\phi^2) = 0$ (variación métrica fija) y aplicando (15):

$$\delta\!\int \sqrt{-g}\, R\phi^2\, \mathrm{d}^4x = \int \sqrt{-g}\Big[\phi^2\Big(R_{\mu\nu} - \tfrac{1}{2} R\, g_{\mu\nu}\Big) + (g_{\mu\nu}\Box - \nabla_\mu\nabla_\nu)\phi^2\Big]\, \delta g^{\mu\nu}\, \mathrm{d}^4x,$$

donde el último término proviene de la integración por partes del término total en (15).

B.3. B.3. Detalle del cálculo del tensor energía-impulso

Se define $T^{(\phi)}_{\mu\nu}$ vía

$$\delta_g \mathcal{S}_\phi \equiv -\tfrac{1}{2}\int \sqrt{-g}\, T^{(\phi)}_{\mu\nu}\, \delta g^{\mu\nu}\, \mathrm{d}^4x.$$

Sumando las contribuciones de los términos $\frac{1}{2}(\nabla\phi)^2$, $V_{\text{eff}}(\phi)$, $\xi R\phi^2/2$ y usando (17), se obtiene:

$$T^{(\phi)}_{\mu\nu} = \nabla_\mu\phi\, \nabla_\nu\phi - g_{\mu\nu}\Big[\tfrac{1}{2}(\nabla\phi)^2 - V_{\text{eff}}\Big] + \xi\Big[(g_{\mu\nu}\Box - \nabla_\mu\nabla_\nu)\phi^2 - \phi^2\, G_{\mu\nu}\Big],$$

que es la expresión (21) del texto principal.

B.4. B.4. Componentes FLRW del tensor energía-impulso

Sustituyendo $\phi = \phi(t)$ en FLRW:

$$\begin{aligned} T^{(\phi)}_{00} &= \tfrac{1}{2}\dot\phi^2 + V_{\text{eff}} - 3\xi(H^2\phi^2 + 2H\dot\phi\phi + \ddot\phi\phi + \dot\phi^2), \\ T^{(\phi)}_{ij} &= a^2\Big[\tfrac{1}{2}\dot\phi^2 - V_{\text{eff}} + \xi(2H\dot\phi\phi + \ddot\phi\phi + \dot\phi^2 + (2\dot H + 3H^2)\phi^2)\Big]\, \delta_{ij}. \end{aligned}$$

Identificando $\rho_\phi = -T^0_0$ y $p_\phi = T^i_i/3$, se obtienen las expresiones usadas en la demostración del Teorema 6.1.

B.5. B.5. Análisis de Lyapunov de la solución de auto-replicación

El sistema dinámico en variables (ρ_ϕ, H) es:

$$\dot\rho_\phi = (\Gamma_{\text{rep}} - 3H(1+w_\phi))\rho_\phi, \qquad \dot H = \tfrac{1}{2}(\Gamma_{\text{rep}} - 3H(1+w_\phi))\, H,$$

donde se ha usado la ecuación de Friedmann para eliminar ρ_ϕ. La jacobiana en la solución de la Proposición 6.2 tiene autovalores $\lambda_\pm = \Gamma_{\text{rep}}/2 \pm \sqrt{\Gamma^2_{\text{rep}}/4 + 4H^2(1+w_\phi)}$, con $\lambda_+ > 0$ (inestable) y $\lambda_- < 0$ (estable). El sistema es una silla de hiperbólica: las trayectorias genéricas convergen asintóticamente a la solución de auto-replicación a lo largo de la dirección estable.

Bibliografía

Referencias

[1] A. G. Riess *et al.* [Supernova Search Team], *Observational evidence from supernovae for an accelerating universe and a cosmological constant*, Astron. J. **116**, 1009 (1998). [arXiv:astro-ph/9805201]

[2] S. Perlmutter *et al.* [Supernova Cosmology Project], *Measurements of* Ω *and* Λ *from 42 high-redshift supernovae*, Astrophys. J. **517**, 565 (1999). [arXiv:astro-ph/9812133]

[3] Y. Akrami *et al.* [Planck Collaboration], *Planck 2018 results. VI. Cosmological parameters*, Astron. Astrophys. **641**, A6 (2020). [arXiv:1807.06209]

[4] L. Anderson *et al.* [BOSS Collaboration], *The clustering of galaxies in the SDSS-III Baryon Oscillation Spectroscopic Survey: baryon acoustic oscillations in the Data Releases 10 and 11 Galaxy samples*, Mon. Not. Roy. Astron. Soc. **441**, 24 (2014). [arXiv:1312.4877]

[5] S. Alam *et al.* [BOSS Collaboration], *The clustering of galaxies in the completed SDSS-III Baryon Oscillation Spectroscopic Survey: cosmological analysis of the DR12 galaxy sample*, Mon. Not. Roy. Astron. Soc. **470**, 2617 (2017). [arXiv:1607.03155]

[6] S. Weinberg, *The cosmological constant problem*, Rev. Mod. Phys. **61**, 1 (1989).

[7] S. W. Hawking, *Black hole explosions?*, Nature **248**, 30 (1974).

[8] S. W. Hawking, *Particle creation by black holes*, Commun. Math. Phys. **43**, 199 (1975).

[9] N. I. Shakura, R. A. Sunyaev, *Black holes in binary systems. Observational appearance*, Astron. Astrophys. **24**, 337 (1973).

[10] N. A. Chernikov, E. A. Tagirov, *Scalar field in isotropic cosmologies*, Ann. Inst. H. Poincaré A **9**, 109 (1968).

[11] A. A. Starobinsky, *A new type of isotropic cosmological models without singularity*, Phys. Lett. B **91**, 99 (1980).

[12] E. J. Copeland, M. Sami, S. Tsujikawa, *Dynamics of dark energy*, Int. J. Mod. Phys. D **15**, 1753 (2006). [arXiv:hep-th/0603057]

[13] R. R. Caldwell, R. Dave, P. J. Steinhardt, *Cosmological imprint of an energy component with general equation of state*, Phys. Rev. Lett. **80**, 1582 (1998). [arXiv:astro-ph/9708069]

[14] R. R. Caldwell, *A phantom menace? Cosmological consequences of a dark energy component with super-negative equation of state*, Phys. Lett. B **545**, 23 (2002). [arXiv:astro-ph/9908168]

[15] R. R. Caldwell, M. Kamionkowski, N. N. Weinberg, *Phantom energy: dark energy with* $w < -1$ *causes a cosmic doomsday*, Phys. Rev. Lett. **91**, 071301 (2003). [arXiv:astro-ph/0302506]

[16] C. Armendariz-Picon, V. F. Mukhanov, P. J. Steinhardt, *Essentials of k-essence*, Phys. Rev. D **63**, 103510 (2001). [arXiv:astro-ph/0006373]

[17] T. P. Sotiriou, V. Faraoni, $f(R)$ *theories of gravity*, Rev. Mod. Phys. **82**, 451 (2010). [arXiv:0805.1726]

[18] S. Nojiri, S. D. Odintsov, *Unified cosmic history in modified gravity: from* $F(R)$ *theory to Lorentz non-invariant models*, Phys. Rept. **505**, 59 (2011). [arXiv:1011.0544]

[19] M. Li, *A model of holographic dark energy*, Phys. Lett. B **603**, 1 (2004). [arXiv:hep-th/0403127]

[20] M. Pavon, W. Zimdahl, *Holographic dark energy and cosmic coincidence*, Phys. Lett. B **628**, 206 (2005). [arXiv:gr-qc/0505020]

[21] E. P. Verlinde, *On the origin of gravity and the laws of Newton*, JHEP **1104**, 029 (2011). [arXiv:1001.0785]

[22] T. Padmanabhan, *Thermodynamical aspects of gravity: new insights*, Rep. Prog. Phys. **73**, 046901 (2010). [arXiv:0911.5004]

[23] G. 't Hooft, *Dimensional reduction in quantum gravity*, In *Salam Festschrift*, World Scientific (1993). [arXiv:gr-qc/9310026]

[24] L. Susskind, *The world as a hologram*, J. Math. Phys. **36**, 6377 (1995). [arXiv:hep-th/9409089]

[25] N. D. Birrell, P. C. W. Davies, *Quantum Fields in Curved Space*, Cambridge University Press, Cambridge (1982).

[26] L. Parker, D. Toms, *Quantum Field Theory in Curved Spacetime*, Cambridge University Press, Cambridge (2009).

[27] J. Schwinger, *On gauge invariance and vacuum polarization*, Phys. Rev. **82**, 664 (1951).

[28] V. Frolov, D. Garfinkle, *Black hole pair creation in a cosmological background*, Class. Quant. Grav. **28**, 145010 (2011).

[29] K. Enqvist, T. Takahashi, *Higgs field and primordial magnetic fields*, JCAP **1402**, 034 (2014). [arXiv:1311.7321]

[30] A. G. Riess *et al.*, *Type Ia supernova discoveries at $z > 1$ from the Hubble Space Telescope*, Astrophys. J. **607**, 665 (2004). [arXiv:astro-ph/0402512]

[31] J. Maldacena, C. Nunez, *Supergravity description of field theories on curved manifolds and a no-go theorem*, Int. J. Mod. Phys. A **16**, 822 (2001). [arXiv:hep-th/0007018]

[32] A. G. Adame *et al.* [DESI Collaboration], *DESI 2024 VI: cosmological constraints from the measurements of baryon acoustic oscillations*, JCAP **2024**, 042 (2024). [arXiv:2404.03002]

[33] P. Amaro-Seoane *et al.* [LISA Collaboration], *Laser Interferometer Space Antenna*, arXiv:1702.00786 (2017).

[34] R. Laureijs *et al.* [Euclid Collaboration], *Euclid definition study report*, arXiv:1110.3193 (2011).

Contribución original de este trabajo

Declaración de autoría

La presente obra constituye una construcción teórica original. Los elementos novedosos específicos que se reivindican como contribución propia de esta teoría, desarrollada en su integridad por el autor, son los siguientes:

(I) **Postulado de la combustión gravitacional (P1–P2):** la identificación de la energía oscura como subproducto inevitable de la materia que cae en campos gravitacionales extremos, con los agujeros negros como fuentes dominantes. Esta analogía con la combustión química (materia que "arde" emitiendo "humo") es, hasta donde alcanza el conocimiento del autor, original de la presente teoría.

(II) **Mecanismo de auto-replicación cuántica (P4):** la introducción de un potencial efectivo $V_{\text{rep}}(\phi)$ con activación umbral que induce inestabilidad taquiónica local y producción espontánea de pares del propio campo ϕ. La tasa $\Gamma_{\text{rep}} = |m_{\text{eff}}^2|/(4\pi)$ se deriva rigurosamente de la descomposición de modos de Bogoliubov.

(III) **Solución de auto-replicación cósmica:** la demostración analítica (Proposición 6.2) de que la combinación de auto-replicación con las ecuaciones de Friedmann produce expansión doble-exponencial sin violar la condición de energía débil, evitando así el *Big Rip* de los modelos *phantom*.

(IV) **Predicciones observacionales falsables:** las ecuaciones explícitas para $w(z)$ (76), $H(z)$ (77) y la fase de ondas gravitacionales (78), que distinguen cuantitativamente esta teoría de ΛCDM y de los modelos *phantom*.

Datos del autor

Nombre: Dr. Carlos David Bianco Moreno
Cédula de Identidad: V-17570016
Correo electrónico: `carlosdavid1985@hotmail.es`
WhatsApp: +58 412 433 2519

El autor manifiesta su disposición a mantener correspondencia científica sobre cualquier aspecto de esta teoría, así como a colaborar con grupos de investigación interesados en el desarrollo, refinamiento o validación observacional del modelo. La teoría se ofrece a la comunidad científica internacional como una hipótesis seria, matemáticamente rigurosa y falsable, en el espíritu del método científico clásico.

Este trabajo se entrega al dominio público científico en julio de 2026.